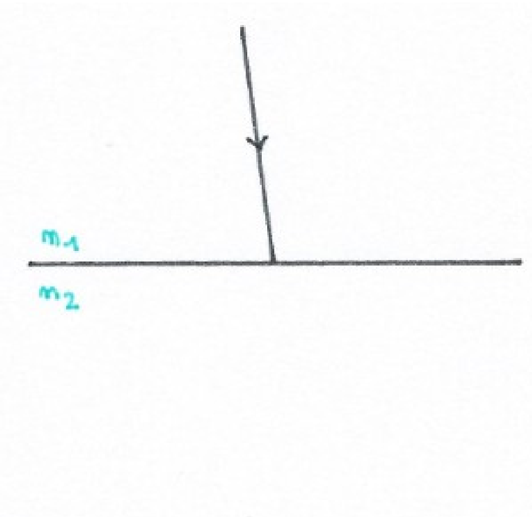
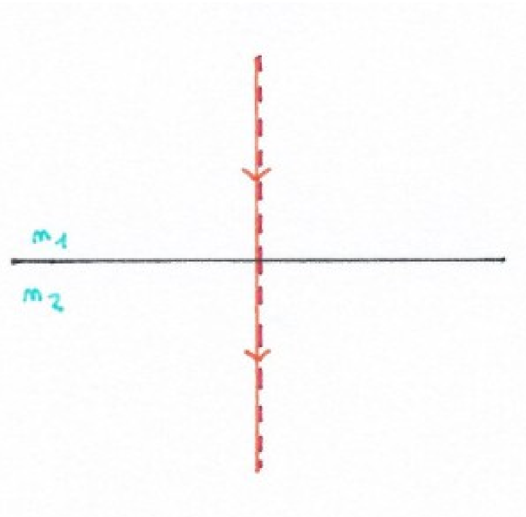
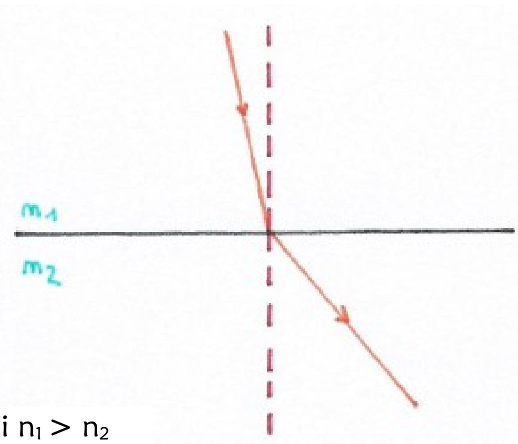
Etude du dioptre plan

I. Rappel :

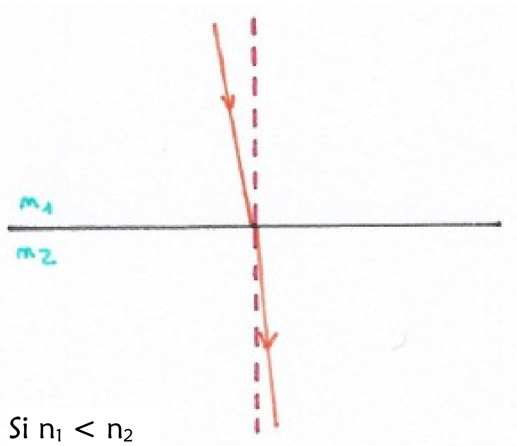




Si l'incidence est nulle ($i_1 = 0$), on parle d'incidence normale, le rayon ressort sans être dévié.



Si $n_1 > n_2$



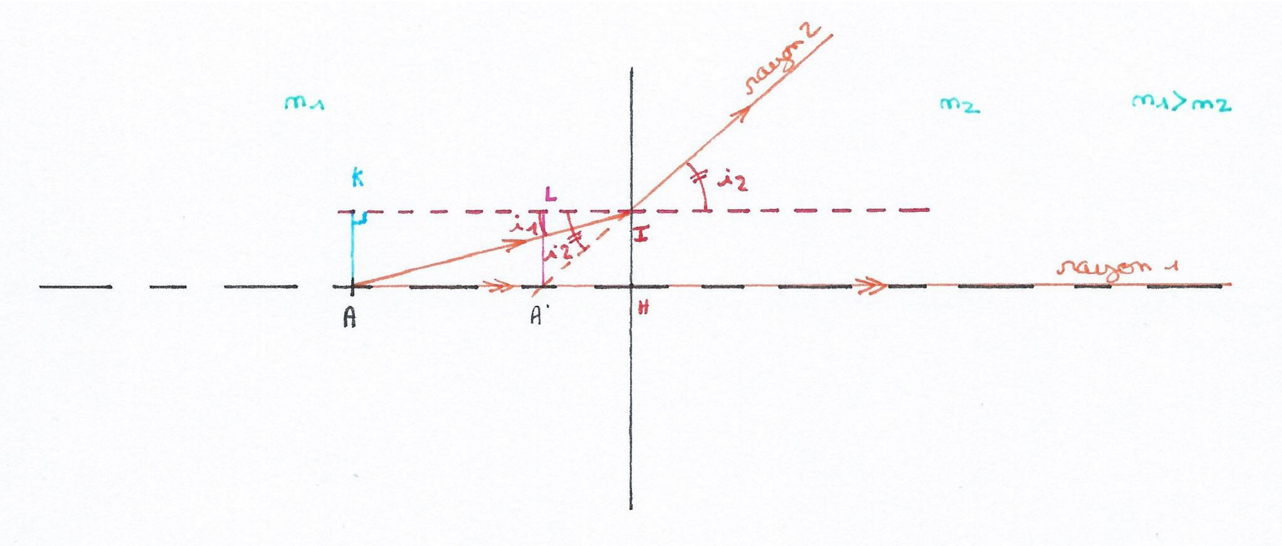
Si $n_1 < n_2$

Le rayon s'éloigne de la normale

Le rayon se rapproche de la normale

II. Stigmatisme :

On a vu qu'un point objet A donne à travers un système optique, une image parfaite A' si tous les rayons émis par A ressortent du système en convergeant vers un point unique, ou en semblant provenir d'un point unique.



Si A' existe, il est à l'intersection des 2 rayons émergeant.

La question posée est : La position de A' dépend t-elle de l'inclinaison du rayon 2 (c-a-d de i_1) ou est-elle unique quel que soit le rayon 2 ?

1. Dans le triangle (IKA) $\longrightarrow \tan i_1 = \frac{KA}{KI} = \frac{IH}{AH}$

2. Dans le triangle (LIA') $\longrightarrow \tan i_2 = \frac{LA'}{LI} = \frac{IH}{A'H}$

1. $IH = \tan i_1 \times AH$

2. $IH = \tan i_2 \times A'H$

<u>Cela donne</u> : $\tan i_1 \times AH = \tan i_2 \times A'H$

$$\tan = \frac{\sin}{\cos} \longrightarrow \frac{\sin i_1}{\cos i_1} \times AH = \frac{\sin i_2}{\cos i_2} \times A'H$$

$$n_1 \times \sin i_1 = n_2 \times \sin i_2 \longrightarrow \sin i_2 = \frac{n_1 \times \sin i_1}{n_2}$$

$$\hookrightarrow \frac{\cancel{\sin i_1}}{\cos i_1} \times AH = \frac{n_1 \times \cancel{\sin i_1}}{n_2 \times \cos i_2} \times A'H$$

$$A'H = \frac{AH \times n_2 \times \cos i_2}{\cos i_1 \times n_1} \longrightarrow A'H = AH \times \frac{n_2}{n_1} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

n_1	n_2	i_1	i_2	AH	A'H
2	1,2	2°	3,3345°	30	17,98
2	1,2	35°	72,932°	30	6,45
2	1,2	5°	8,35	30	17,88
2	1,2	20°	34,75	30	15,74

On constate que la position de A' (A'H) dépend de la valeur de i_1, donc de l'inclinaison du rayon 2.

L'image d'un point à travers un dioptre plan n'est pas unique. On dit que le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique.

Cependant, pour des valeurs de i_1 suffisamment petites, on peut considérer que A' est quasiment au même endroit.

Les systèmes optiques sont en générale équipés de diaphragmes. Ces diaphragmes ont pour but de ne laisser passer les rayons proches de l'axe et peu inclinés.

On travaille alors dans les conditions de **GAUSS.** On considérera que l'image d'un point à travers un dioptre est unique. On dit que le système réalise la condition de stigmatisme approché.

III. Formule de conjugaison du dioptre dans les conditions de GAUSS :

On a établit : $A'H = AH \times \frac{n_2}{n_1} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$

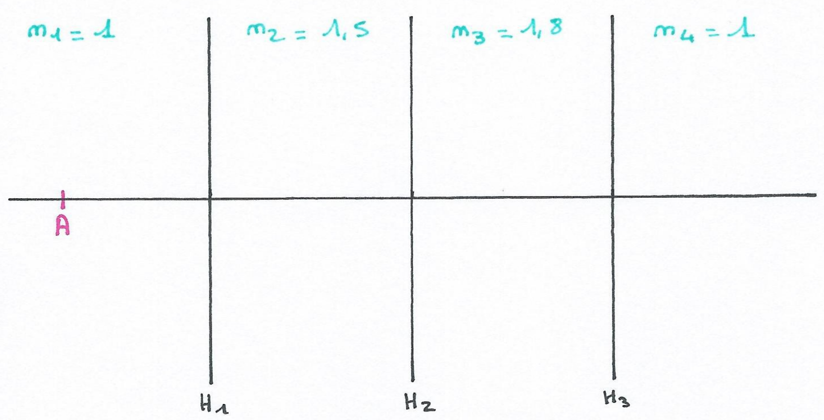
Si $i_1 \approx 0$ (condition de GAUSS) $\cos i_1 = 1$

Si $i_2 \approx 0$ " " " $\cos i_2 = 1$

$A'H = AH \times \frac{n_2}{n_1}$ que l'on écrira sous la forme :

$$n_1 \times \overline{HA'} = n_2 \times \overline{HA}$$

Application 1 :



$\overline{H_1A} = -25$ cm $\overline{H_1H_2} = 4$ cm $\overline{H_1H_3} = 7$ cm.

$$A \xrightarrow{D_1} A'_1 \xrightarrow{D_2} A'_2 \xrightarrow{D_3} A'$$

Calculer $\overline{AA'}$

$\overline{H_1A} = -0{,}25$ m.   Formule : $m_1 \times \overline{HA'} = m_2 \times \overline{HA}$

$A \xrightarrow{H_1} A_1$
1   1,5

$\overline{H_1A_1} = ?$ → $m_1 \times \overline{H_1A_1} = m_2 \times \overline{H_1A}$

$1 \times \overline{H_1A_1} = 1{,}5 \times (-0{,}25)$

$\overline{H_1A_1} = -0{,}375$ m.

$A_1 \xrightarrow{H_2} A_2$
1,5   1,8

$\overline{H_2A_1} = \overline{H_2H_1} + \overline{H_1A_1}$

$\overline{H_2A_1} = -4 + -37{,}5$

$\overline{H_2A_1} = -41{,}5$ cm.

$\overline{H_2A_2} = ?$ $m_2 \times \overline{H_2A_2} = m_3 \times \overline{H_2A_1}$

$1{,}5 \times \overline{H_2A_2} = 1{,}8 \times (-0{,}41)$

$\overline{H_2A_2} = (1{,}8 \times (-0{,}415)) / 1{,}5$.

$\overline{H_2A_2} = -0{,}498$ m.

$A_2 \xrightarrow{H_3} A_3/A'$
1,8   1.

$\overline{H_3A'} = ?$ $m_3 \times \overline{H_3A'} = m_4 \times \overline{H_3A_2}$

$1{,}8 \times \overline{H_3A'} = 1 \times (\overline{H_3H_2} + \overline{H_2A_2})$

$\overline{H_3A'} = \dfrac{1 \times (-0{,}03 + (-0{,}498))}{1{,}8}$

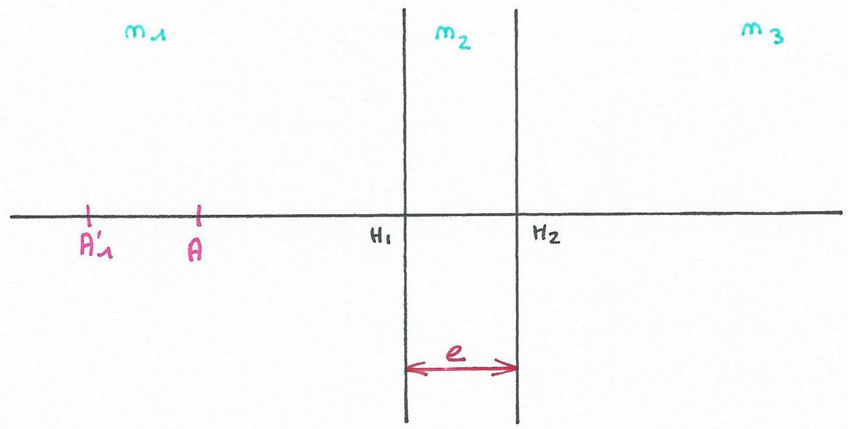
$\overline{H_3A'} = -0{,}293$ m.

CHASLES : $\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1H_2} + \overline{H_2H_3} + \overline{H_3A'}$

$\overline{AA'} = 0{,}25 + 0{,}04 + 0{,}03 + -0{,}293$

$\overline{AA'} = 0{,}027$ m.

Application 2 : Lame à faces parallèles :



C'est une paroie d'épaisseur « e ». On cherche l'expression du décalage $\overline{AA'}$ en fonction de e, n_1 et n_2.

$$* \; n_1 \times \overline{H_1A'_1} = n_2 \times \overline{H_1A}$$

$$\overline{H_1A'_1} = \frac{n_2 \times \overline{H_1A}}{n_1}$$

$$* \; n_2 \times \overline{H_2A'} = n_1 \times \overline{H_2A'_1}$$

$$n_2 \times \overline{H_2A'} = n_1 \times (\overline{H_2H_1} + \overline{H_1A'_1})$$

$$\overline{H_2A'} = \frac{n_1 \times (-e + \overline{H_1A'_1})}{n_2}$$

$$\overline{H_2A'} = \frac{n_1 \times \left(-e + \left(\frac{n_2 \times \overline{H_1A}}{n_1}\right)\right)}{n_2}$$

$$\overline{H_2A'} = \frac{-n_1 \times e + n_2 \times \overline{H_1A}}{n_2}$$

$$\overline{H_2A'} = \frac{-n_1 e}{n_2} + \overline{H_1A}$$

$$\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1H_2} + \overline{H_2A'} \rightarrow \overline{AH_1} + e + \left(-\frac{n_1 \times e}{n_2} + \overline{H_1A}\right) \rightarrow e + \left(-\frac{n_1 e}{n_2}\right)$$

$$\overline{AA'} = e\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right).$$

Exercice 30

Soit un dioptre plan séparant un matériau d'indice 1,2 d'un autre milieu d'indice n. Un rayon incident arrivant avec un angle d'incidence de 30° est dévié par le dioptre plan de 8°.

Calculer n.

Exercice 31

Soit un dioptre plan séparant un milieu d'indice n d'un milieu d'indice n' ($n' > n$).

On cherche à ce que le rayon réfracté soit perpendiculaire au rayon réfléchi.

1. Exprimer l'angle d'incidence, pour que cette condition soit vérifiée, en fonction de n et de n'.
2. On donne $n = 1$ et $n' = 1,5$. Calculer l'angle d'incidence et l'angle de réfraction. Vérifier l'orthogonalité des deux rayons.

Exercice 32

Un verre à fond épais est posé sur une table horizontale. Le fond du verre a une épaisseur constante de 2 cm et un indice de 1,6. Le verre est rempli d'eau (indice 4/3) sur une hauteur de 7 cm. L'œil d'un observateur est situé à 25 cm au-dessus de la surface de l'eau. Le verre est posé sur un timbre de 3 cm de longueur. Calculer le diamètre apparent sous lequel l'observateur voit le timbre à travers le verre.

Exercice 33

Soit un hublot de sous-marin composé de deux dioptres plans. Le premier sépare l'eau du verre ($n_{verre} = 1,5$), le second sépare le verre de l'air. Un poisson est situé dans l'eau à une distance d_1 du premier dioptre plan. L'épaisseur du hublot est e. Un observateur est placé dans l'air à une distance d_2 du second dioptre plan. ($n_{eau} = 4/3$, $n_{air} = 1$).

1. Exprimer la distance entre le poisson et l'image du poisson vue par l'observateur en fonction des indices et des distances.
2. On donne e = 15 mm, $d_1 = 200$ mm et $d_2 = 300$ mm. Sachant que le poisson mesure 5 cm, calculer en ° ' " le diamètre apparent sous lequel l'observateur voit le poisson.

Exercice 34

Un têtard est dans une mare d'eau, sous un nénuphar rond de diamètre 20 cm flottant à la surface. L'œil du têtard est placé sur la normale passant par le centre du nénuphar horizontal.

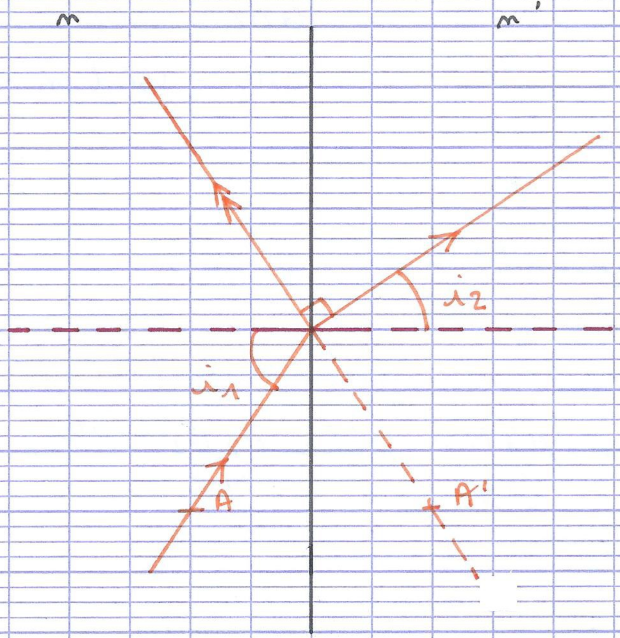
1. Calculer la distance minimale à laquelle le têtard doit être du nénuphar pour pouvoir voir l'extérieur de la mare.
2. Les rayons du soleil sont inclinés de 40° par rapport à l'horizontale. Calculer la profondeur minimale du têtard pour que celui-ci puisse voir le soleil.

Exercice 35

Un miroir est placé au fond d'une cuve. L'œil d'un observateur est placé au-dessus de la surface de l'eau à 1,2 m de cette surface ($n = 4/3$). La profondeur de la cuve est de 1,2 m.

À quelle distance l'observateur se voit-il dans le miroir ?

Exercice n° 31 :



1. $n \sin i_1 = n' \sin i_2$.

$180° = i_1 + 90 + i_2$.

$i_2 = 180° - 90 - i_1$

$i_2 = (90° - i_1)$

$n \sin i_1 = n' \sin(90 - i_1)$

$n \sin i_1 = n' \cos i_1$.

$\frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \frac{n'}{n}$

$\tan i_1 = \frac{n'}{n}$

$i_1 = \arctan\left(\frac{n'}{n}\right)$.

2. $i_1 = \arctan\left(\frac{1,5}{1}\right)$

$i_1 = 56,31°$

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

$1 \sin 56,31 = 1,5 \sin i_2$.

$\sin i_2 = \frac{1 \sin 56,31}{1,5}$.

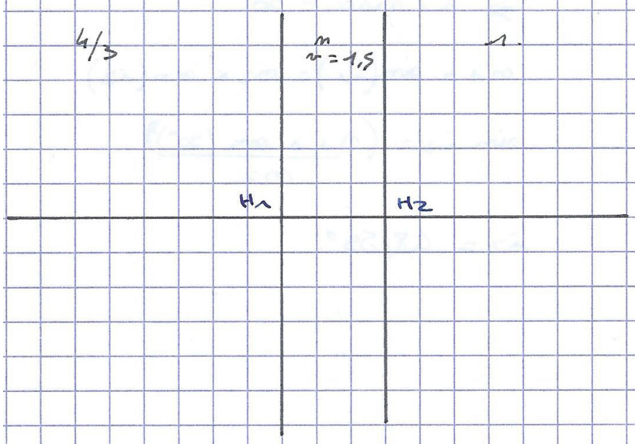
$i_2 = \arcsin\left(\frac{1 \sin 56,31}{1,5}\right)$

$i_2 = 33,69°$.

On vérifie l'orthogonalité :

$i_1 + 90° + i_2 = 180°$.

Exercice 33 :



1. $m_2 \times \overline{HA} = m_1 \times \overline{H'A'}$

$m_2 \times \overline{H_1A} = m_1 \times \overline{H_1A'_1}$

$\overline{H_1A'_1} = \left(\dfrac{\overline{H_1A} \times m_2}{m_1}\right)$

$\underset{m_1}{A} \xrightarrow{H_1} \underset{m_2}{A'_1}$

$m_3 \times \overline{H_2A'_1} = m_2 \times \overline{H_2A'}$

$m_3 \times (\overline{H_2H_1} + \overline{H_1A'_1}) = m_2 \times \overline{H_2A'}$

$\overline{H_2A'} = \dfrac{(\overline{H_2H_1} + \overline{H_1A'_1}) \times m_3}{m_2}.$

$\underset{m_2}{A'_1} \longrightarrow \underset{m_3}{A'}$

$\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1H_2} + \overline{H_2A'}$

$\overline{AA'} = \overline{AH_1} + \overline{H_1H_2} + \dfrac{m_3}{m_2}\left(\overline{H_2H_1} + \dfrac{m_2}{m_1}\overline{H_1A}\right)$

$\overline{AA'} = d_1 + e + \dfrac{m_3}{m_2}\left(-e + \dfrac{m_2}{m_3} - d_1\right)$

$\overline{AA'} = 0{,}055\ m.$

$\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'}$

$\overline{OA'} = (-d_2 - e - d_1) + 55.$

$\overline{OA'} = -300 - 15 - 200 + 55 = -460\ mm.$

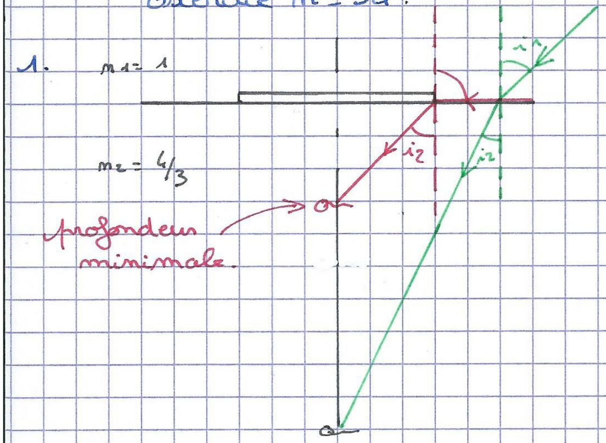
2. $\tan\alpha = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$ $\quad \alpha = \arctan\left(\dfrac{5}{46}\right)$

$\alpha = 6{,}20°$

$\alpha = 6°, 12'$

Exercice n°34 :

1.



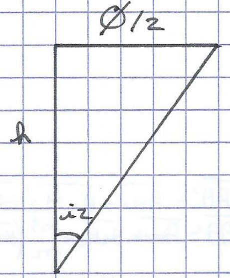
Pour la profondeur minimale, il faut i_2 max.

$\Rightarrow i_1 \max = 90°$

$n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$

$\sin i_2 = \left(\dfrac{n_1 \times \sin(90°)}{n_2}\right)$

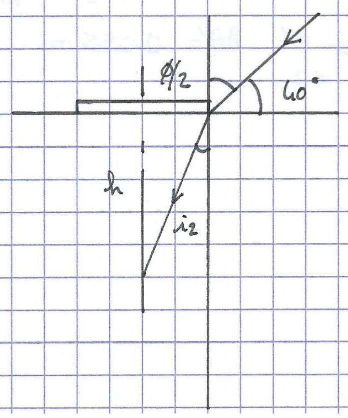
$i_2 = 48{,}59°$.



$\tan i_2 = \dfrac{Ø/2}{h}$

$h = \dfrac{Ø/2}{\tan i_2} = \dfrac{10}{\tan(48{,}59)} = 8{,}82$ cm.

2.



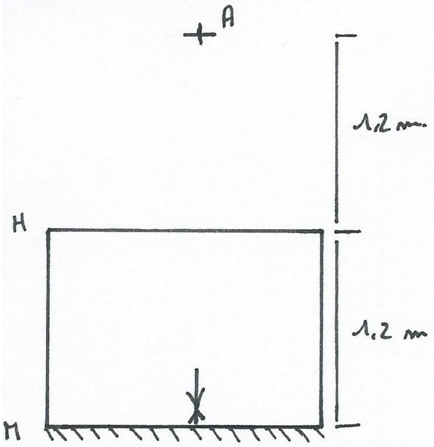
$i_1 = 50°$

$n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$

$i_2 = 35{,}07°$

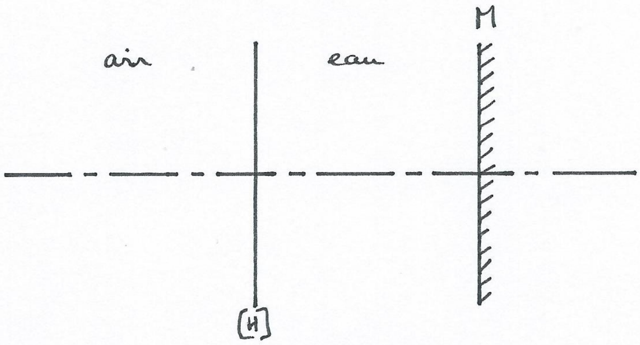
$h = 14{,}25$ cm.

Exercice n° 35 :



Pour écrire la chaîne d'image, il faut suivre le trajet de la lumière.

$$\underset{n\,air}{A} \xrightarrow[\text{air/eau}]{\text{dioptre}} \underset{n\,eau}{A'_1} \longrightarrow \underset{n\,eau}{A'_2} \xrightarrow[\text{eau/air}]{\text{dioptre}} \underset{n\,air}{A'}$$



$$\underset{n\,air}{A} \xrightarrow{\text{dioptre}} \underset{n\,eau}{A'_1}$$

$n_{eau} \times \overline{HA} = n_{air} \times \overline{HA'_1}$

$\overline{HA'_1} = \dfrac{n_{eau}}{n_{air}} \times \overline{HA}$

$\overline{HA'_1} = \dfrac{4}{3} \times (-1,2) = -1,6$ m.

$A'_1 \xrightarrow{M} A'_2$

$\overline{MA'_1} = -\overline{MA'_2}$

$\overline{MA'_1} = \overline{MH} + \overline{HA'_1}$

$\overline{MA'_1} = -1,2 + (-1,6)$

$\overline{MA'_1} = -2,8$

$\overline{MA'_1} = -\overline{MA'_2}$

$-\overline{MA'_2} = +2,8$ cm.

$\underset{n\,eau}{A'_2} \xrightarrow{H} \underset{n\,air}{A'}$

$n_{eau} \times \overline{HA'} = n_{air} \times \overline{HA'_2}$

$\overline{HA'_2} = \overline{HM} + \overline{MA'_2}$

$\overline{HA'_2} = 1,2 + 2,8$

$\overline{HA'_2} = 4$ m.

$\overline{HA'} = \dfrac{n_{air} \times \overline{HA'_2}}{n_{eau}}$

$\overline{HA'} = \dfrac{1}{4/3} \times 4$

$\overline{HA'} = \left(\frac{3}{4}\right) \times 4 = 3$ m.

$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HA'}$

$\overline{AA'} = 1,2 + 3$

$\overline{AA'} = 4,2$ m.