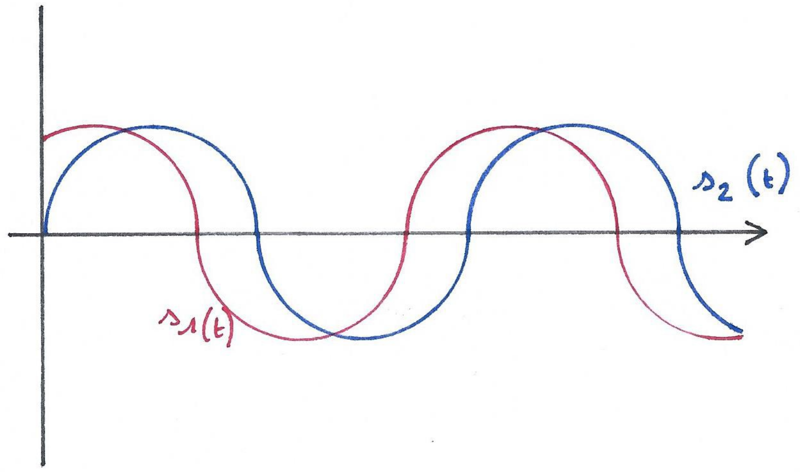
Interférences lumineuses

I. Propriétés de la somme de 2 signaux sinusoïdaux.

On considère 2 signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ de même fréquence (même pulsation).

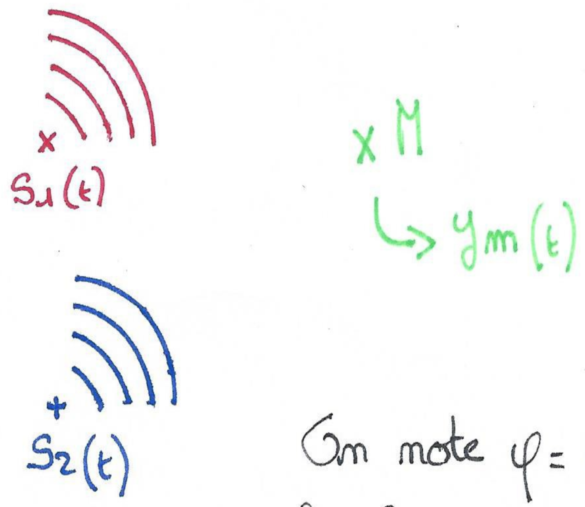
On prend $s_1(t) = A_1 \cos(wt + \varphi_1)$
On prend $s_2(t) = A_2 \cos(wt + \varphi_2)$



Ces 2 signaux, ces 2 ondes, arrivent en un point M. Que ces 2 signaux soient des ondes mécaniques ou des ondes électromagnétiques. On peut dire qu'en M, s'ajoutent ces 2 signaux.

Un signal en M = $Y_M(t) = s_1(t) + s_2(t)$

On a vérifié que la somme de 2 signaux de même fréquence est égale à un signal de même fréquence.

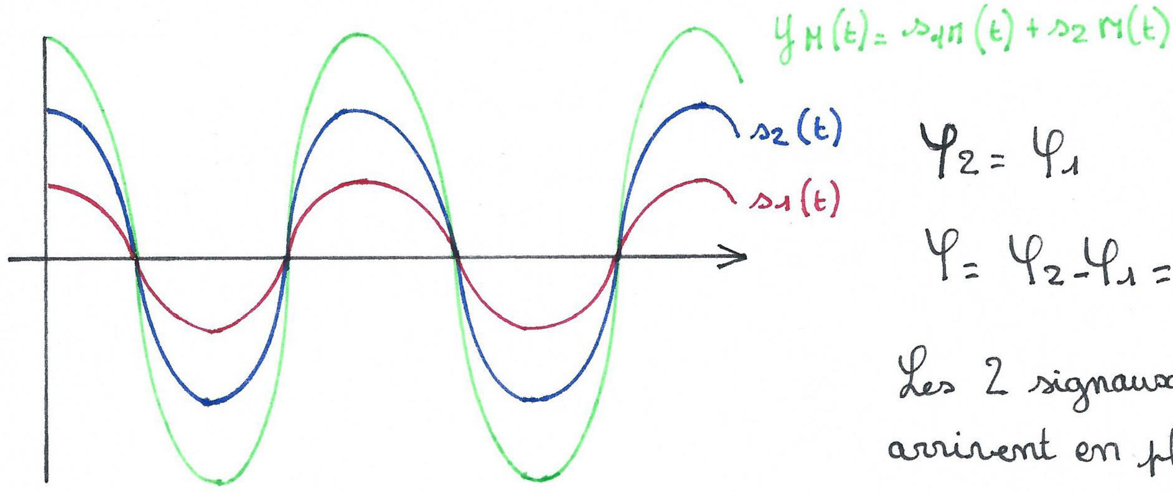


On note $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ le déphasage entre les 2 signaux.

Différents cas peuvent se produire.

-Les 2 signaux arrivent en phase en M.

s_{1M} (t) = A_1 cos (wt + φ 1)	A leur arrivé en M
s_{2M} (t) = A_2 cos (wt + φ 2)	



$\varphi_2 = \varphi_1$

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$

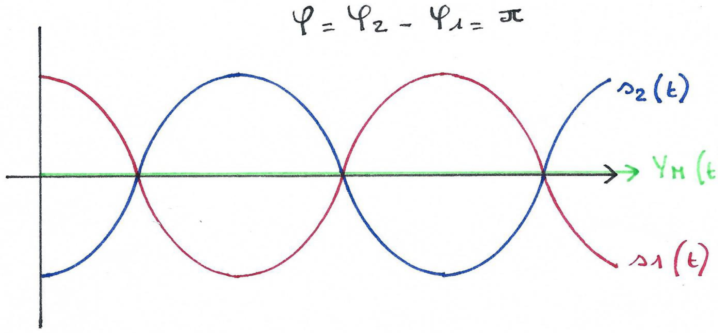
Les 2 signaux arrivent en phase.

<u>Les deux signaux arrivent en opposition de phase.</u>

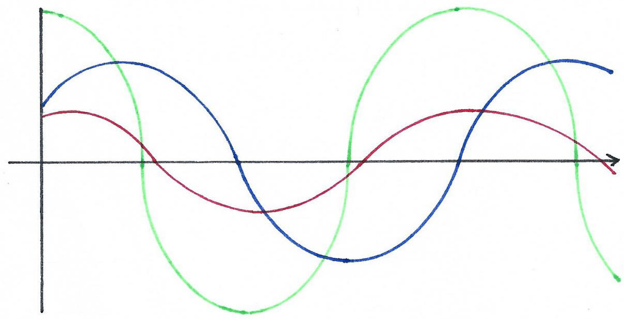
$s_{1M}(t)$ = A_1 cos (wt+ φ_1)
s_{2M} (t) = A_2 cos (wt + φ_2)

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$

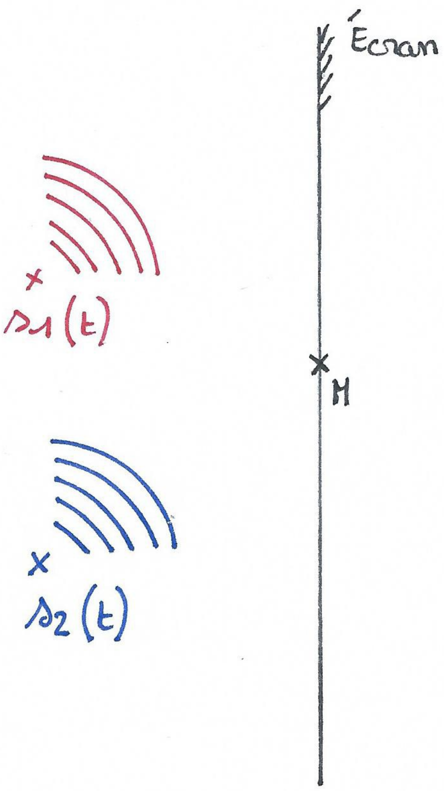
Quand l'un est maxi, l'autre est mini



$y_M(t) = 0$ si $A_1 = A_2$ et $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$



$y_M(t)$ est quelconque mais avec la même fréquence.

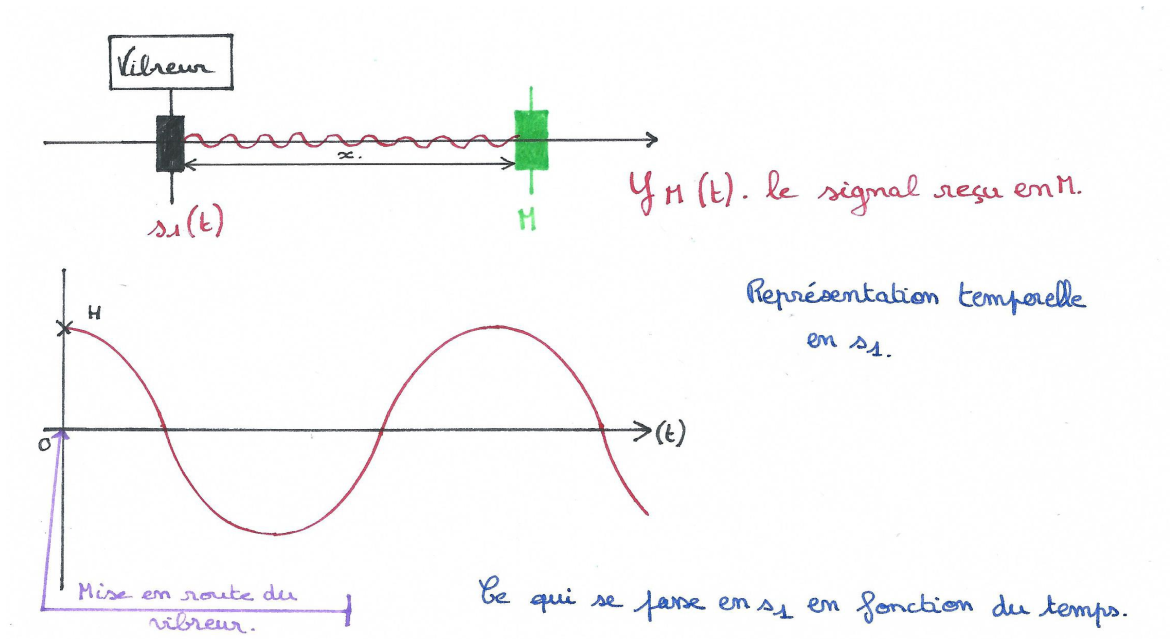


- Si les 2 signaux arrivent en M en phase, M sera très lumineux.
- Si les 2 signaux arrivent en M en opposition de phase, M sera sombre / Noir.
- Entre les 2, M sera peu lumineux.

II. Etat vibratoire d'un point de l'espace.

1. Un seul signal.

A la surface de l'eau, un vibreur fait osciller un bouchon à une certaine fréquence. On observe un deuxième bouchon libre placé en M.



On suppose que $s_1(t) = A \cos(wt)$

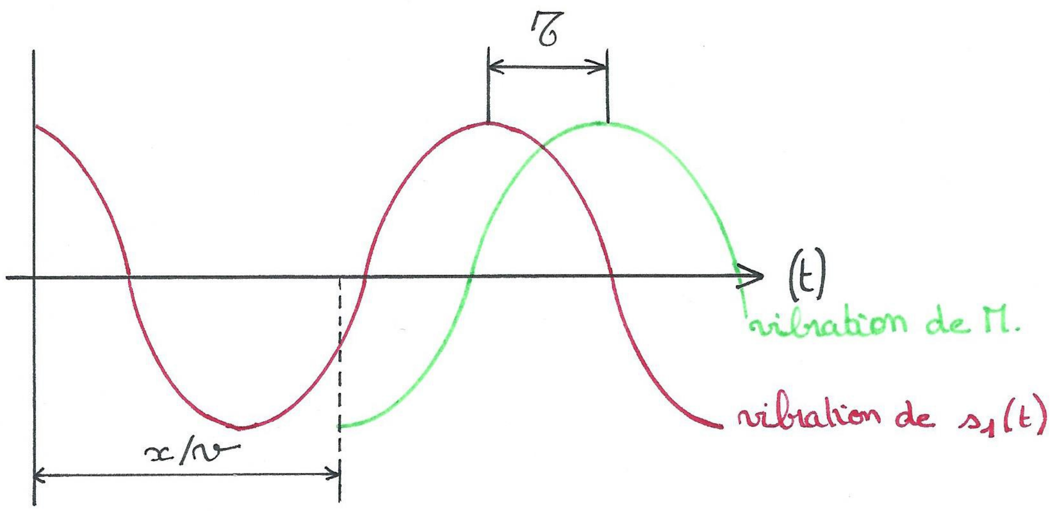
L'onde atteint le bouchon M qui se met à vibrer sur place.

Est-ce que M et s_1 vibrent en phase ? Ou pas ?

On cherche la représentation temporelle en M

Le point H de la déformation arrive en M à **t= X / V** (X est la distance, V est la vitesse).

En M arrive le signal de même forme mais décalé dans le temps de t = X / V



Si X / V = T ==> les 2 signaux sont **en phase.**

Si X / V = k x T ==> les 2 signaux sont **en phase.** (k est un entier)

On peut dire que si X = λ ==> les signaux sont en phase ou si X = k x λ .

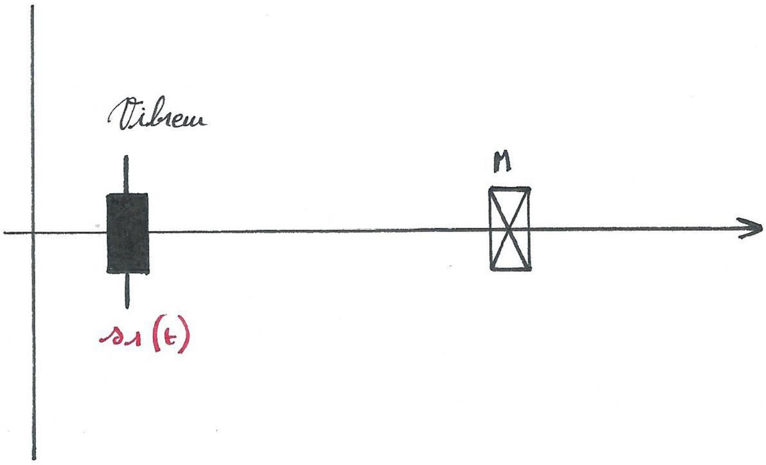
Si s_1 (t) = A_1 cos (wt)
Si φ_M (t) = A_1 cos (wt - φ_M)

φ_M = 2 π X / λ mod (2π)

On gardera pour φ_M une valeur comprise entre -π et +π

Ex :
φ = 2π ==> X = , les 2 signaux sont en phase donc φ = 0
φ = k x 2 π ==> φ = 0, en phase
φ = k x 2π + π ==> φ = π en opposition de phase.

Exemple :



$v = 3\ m/s$

$T = 0{,}5\ m/s$

$s_1(t) = A\cos(\omega t)$

$y_M(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

- Déterminer φ si : $-x = 12\ m$

$-x = 15\ m$

- Conclure.

$\varphi_M = \dfrac{2\pi x}{\lambda}$ $\quad \lambda = v \times T = 3 \times 0{,}5 = 1{,}5\ m.$

- $x = 12\ m.$

$\varphi_M = \dfrac{2\pi \times 12}{1{,}5} = 16\pi = 8 \times 2\pi = k \times 2\pi \Rightarrow \varphi_M = 0.$

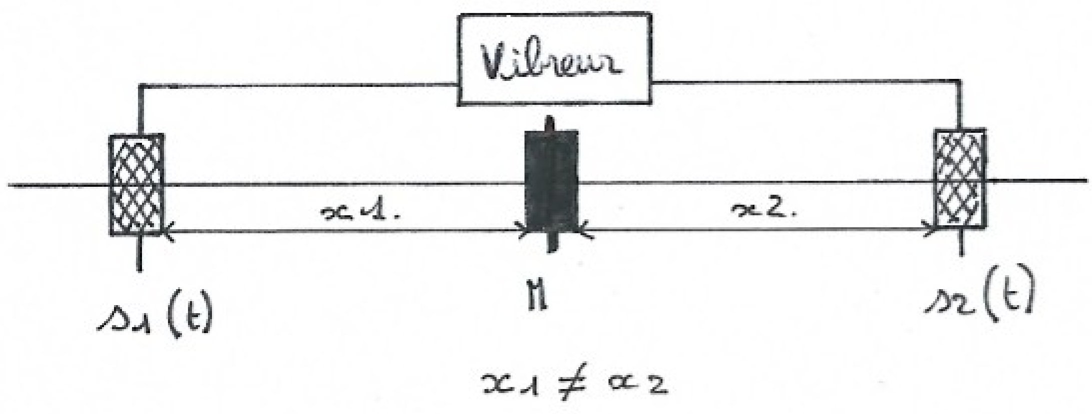
M et $s_1(t)$ sont en phase. $y_M(t) = A_1 \cos(\omega t).$

- $x = 15\ m.$

$\varphi_M = \dfrac{2\pi \times 15}{1{,}5} = 20\pi = 10 \times 2\pi = k \times 2\pi \Rightarrow \varphi_M = 0.$

Ils sont aussi en phase.

2. <u>Avec 2 signaux :</u>



Les 2 signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ sont synchrones. Ils vibrent en même temps et avec la même pulsation et la même amplitude.

$$A = A_1 = A_2$$

Les signaux se propagent en M, se superposent. On cherche à savoir si M bouge ou reste immobile.

$$\varphi_M(t) = s_{1M}(t) + s_{2M}(t)$$

<u>Si :</u>

$$s_{1M}(t) = s_{2M}(t) = A\cos(wt)$$
$$s_{1M}(t) = A\cos(wt - \varphi_{1M})$$

$$\varphi_{1M} = 2 \times \pi \times X1 / \lambda$$

$$s_{2M}(t) = A\cos(wt - \varphi_{2M})$$

$$\varphi_{2M} = 2 \times \pi \times X2 / \lambda$$

<u>La différence de phase φ entre les 2 signaux :</u>

$$\varphi = \varphi_{2M} - \varphi_{1M}$$

<u>Pour que M reste immobile :</u>

il faut $\varphi = \varphi_{2M} - \varphi_{1M} = \pi$ (les 2 signaux arrivent en opposition de phase)

Au milieu de $s_1(t)$ et $s_2(t)$

$$X_1 = X_2$$
$$2 \times \pi \times X_1 / \lambda = 2 \times \pi \times X_2 / \lambda$$
$$\varphi_{2M} = \varphi_{1M}$$
$$\varphi = \varphi_{2M} - \varphi_{1M} = 0$$

Les 2 signaux arrivent en phase, M bouge.

3. Exemple :

$v = 4\, m/s$. $\quad s_1(t) = s_2(t) = A \cos\left(\frac{8\pi}{3} \times t\right)$

$x_2 = 4{,}5\, m$

$x_1 = 9\, m$ $\quad w = \frac{2\pi}{T} = \frac{8\pi}{3}$

$$w = \frac{2\pi}{t} \rightarrow t = \frac{2\pi}{\left(\frac{8\pi}{3}\right)} \rightarrow t = \left(\frac{2\pi}{8\pi}\right) \times 3 \rightarrow t = 0{,}75\, s.$$

Maintenant que j'ai "t", je peux calculer λ avec $\lambda = v \times t$.

$\lambda = 4 \times 0{,}75 \rightarrow \lambda = 3\, m.$

$$\varphi_{1M} = \frac{2\pi \times x_1}{\lambda} \rightarrow \varphi_{1M} = \frac{2\pi \times 9}{3}$$

$$\varphi_{1M} = 6\pi$$

$$\varphi_{2M} = \frac{2\pi \times x_2}{\lambda} \rightarrow \varphi_{2M} = \frac{2\pi \times 4{,}5}{3}$$

$$\varphi_{2M} = 3\pi$$

le π restant !

$3 \times 2\pi = 6\pi = 0\pi$; $2 \times 1\pi = 2\pi + 1\pi = 1\pi$.

$$\varphi = \pi - 0 = \pi$$

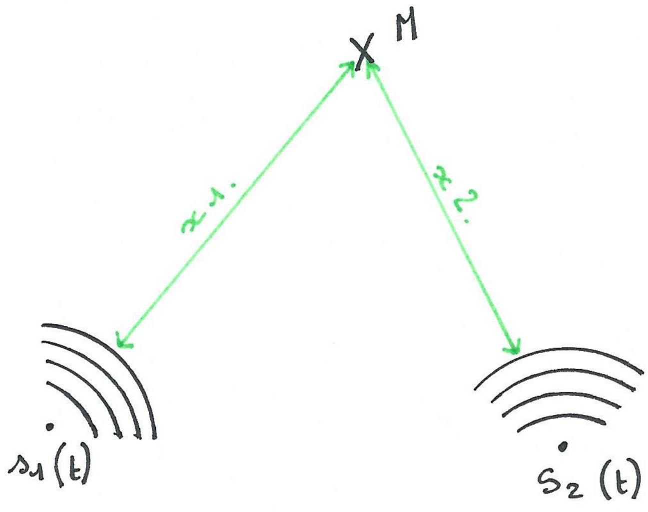
↳ Les 2 signaux arrivent en opposition de phase, M est immobile.

* Remarque : Dans les interférences, on s'interesse à l'état vibratoire de M qui dépend de $\boxed{\varphi = \varphi_{2M} - \varphi_{1M}}$.

$$\varphi = \frac{2\pi \times x_2}{\lambda} - \frac{2\pi \times x_1}{\lambda} = \frac{2\pi\,(x_2 - x_1)}{\lambda}$$

On pose $\delta = x_2 - x_1 \equiv$ Différence de marche.

4. Cas général :



φ = différence de phase	Delta= différence de marche	Etat inverse de M
$\varphi = \varphi_{2M} - \varphi_{1M}$	Delta = X_2-X_1	
Nombre paire de π $\varphi = k \times 2\pi$ $\varphi = 0$	Delta = k x λ	M oscille fortement « interférence constructive »
Nombre impaire de π $\pi = (2k+1)\pi$ $\pi = k \times 2\pi + \pi$	Delta = k x λ = $\lambda/2$	M est immobile « interférence destructive »

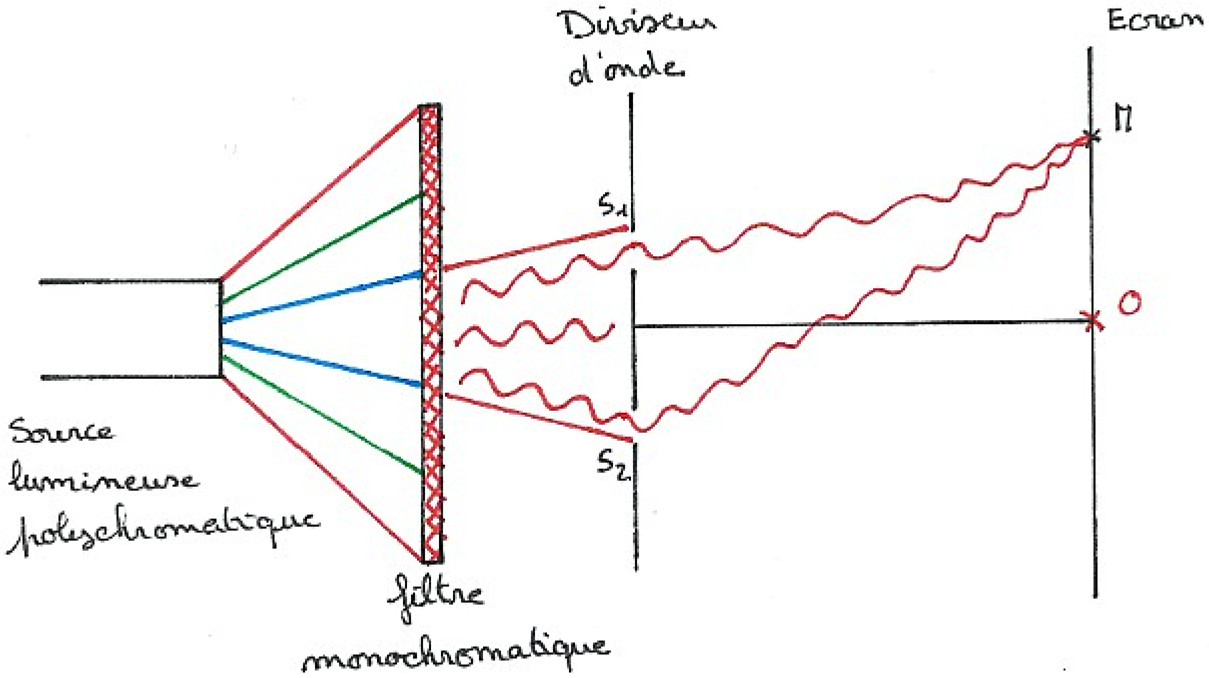
Avec k (un entier) qui peut être positif ou négatif.

III. Fentes de Young ou trous de young :

1. Particularités des ondes lumineuses :

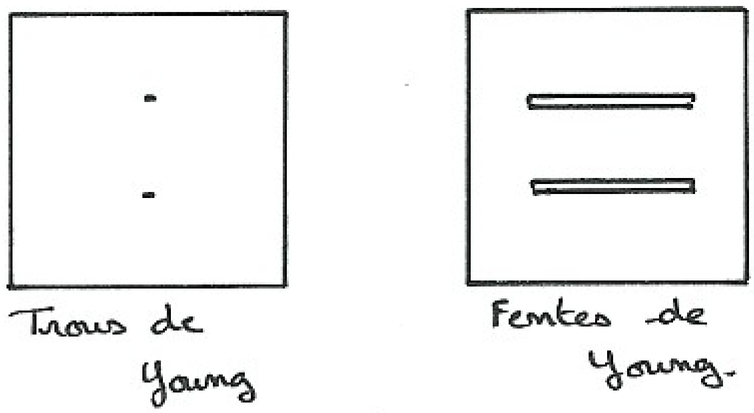
Le phénomène d'interférence est général à toutes les ondes.
Pour réaliser des interférences lumineuses, il faut que les 2 sources émettent la même lumière monochromatique (une seule longueur d'onde), avec la même intensité, et que ces 2 signaux soient en phase. On dit que ces 2 sources doivent-être cohérentes.
Une source lumineuse est constituée d'un nombre élevé d'émetteurs élémentaires, des atomes, qui émettent de façon indépendante et non prévisible. Il est donc impossible d'avoir 2 sources différentes parfaitement cohérentes. Pour palier à ce problème on utilise une source unique et un diviseur d'onde.

2. Diviseur d'onde :



Les deux ouvertures du diviseur d'onde se comporte comme 2 sources distinctes mais parfaitement cohérentes.

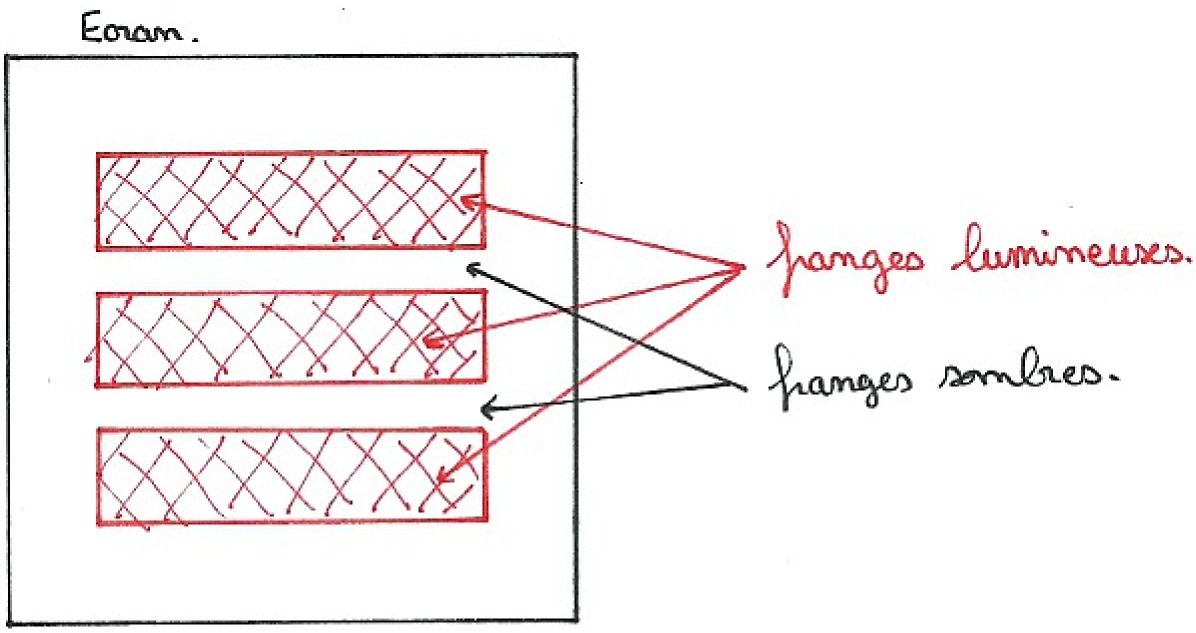
Exemple de diviseur d'onde :



3. Observation des figures d'interférences.

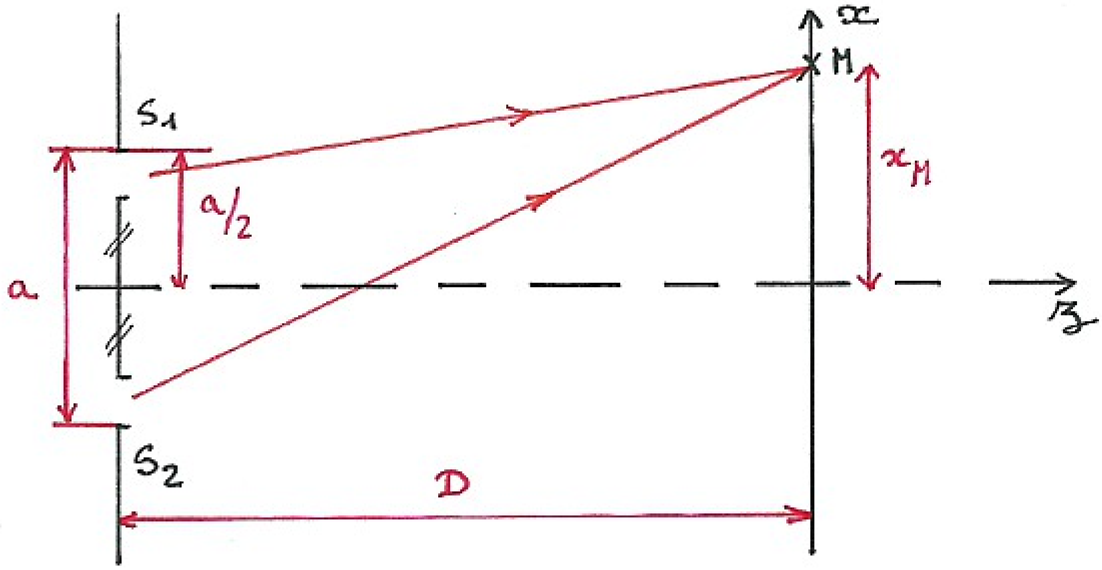
L'écran est placé à une distance « D » suffisamment importante du diviseur d'onde. En un point « M » de cet écran, les deux signaux provenant des « 2 sources » S_1 et S_2 peuvent arriver en phase, en opposition de phase, ou de manière quelconque.

En utilisant des fentes de Young horizontales, on observe sur l'écran une alternance de franges sombres ou lumineuses



Les franges lumineuses correspondent à des interférences constructives (quand les 2 signaux arrivent en phase). Les franges sombres correspondent à des interférences destructives (quand les 2 signaux arrivent en opposition de phase). La frange centrale est obligatoirement lumineuse.

4. <u>Différence de marche.</u>



S_1 et S_2 sont symétriques par rapport à l'axe « z ».
« a » est la distance entre S_1 et S_2 « D » est la distance entre les sources et l'écran.

*<u>Remarque :</u> Il faut que D >> a.

Dans la pratique « a » de quelques millimètres et « D » de l'ordre du mètre.

On appelle différence de marche, δ, la différence de chemin suivis par les 2 signaux que l'on note :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M)$$

Si x_M est l'abscisse du point M de l'écran, on peut montrer que si D>>a, alors :

$$\delta = (a \times x_M) / D^*$$

*Uniquement dans le cas du diviseur d'onde

Si $\delta = 0, \dots, -2\lambda, -\lambda, \lambda, 2\lambda, \dots$

$\delta = k\lambda$

→ les 2 signaux sont en phase

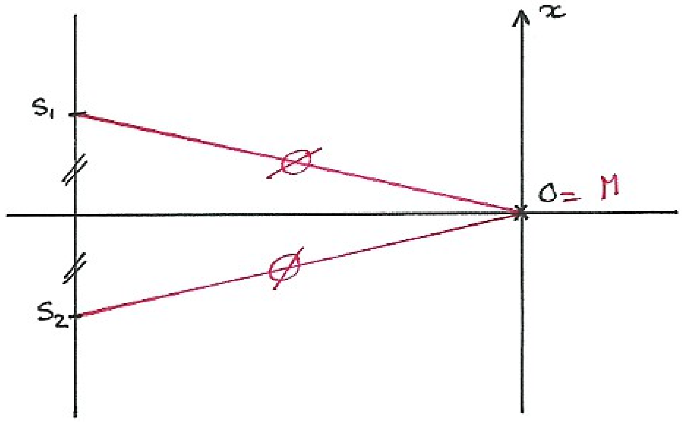
Si $\delta = \frac{-3\lambda}{2} ; \frac{-\lambda}{2} ; \frac{\lambda}{2} ; \frac{3\lambda}{2}$

$\delta = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$

→ les 2 signaux sont en opposition de phase.

5. <u>Position des franges sur l'écran :</u>

a) Frange centrale



Si M est en O :

Les 2 longueurs (S_1M) et (S_2M) sont parfaitement identiques.

$\delta = (S_2M) - (S_1M) = 0$

de même si M est en O, $x_M = 0$

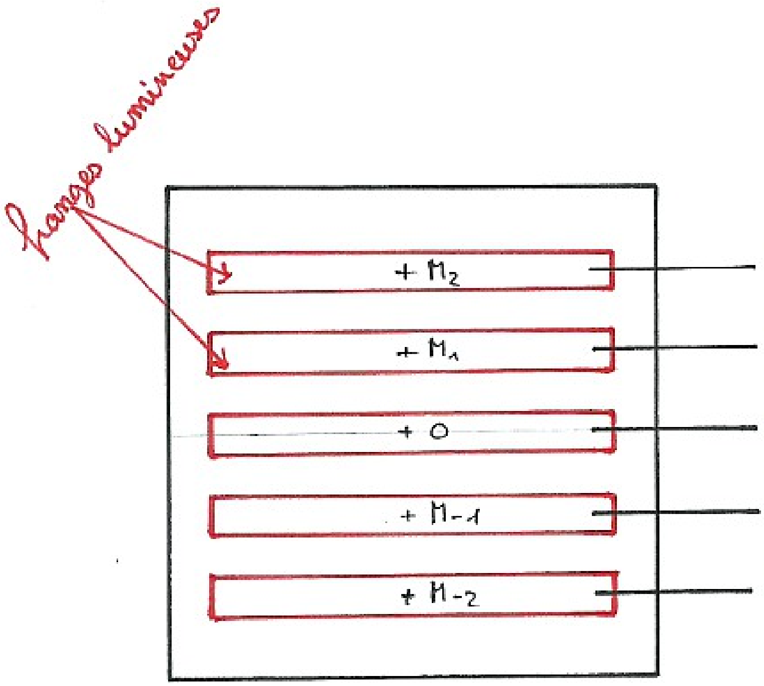
$\delta = \frac{a \times x_M}{D} = 0$

δ est de la forme $\delta = k \times \lambda$ avec $k = 0$.

↳ interférence constructive

↳ frange lumineuse.

b) Franges lumineuses



$k = 2 \quad \delta = 2\lambda = \frac{a\, x_{M_2}}{D}$

$k = 1 \quad \delta = \lambda = \frac{a\, x_{M_1}}{D}$

$k = 0 \quad \delta = 0$

$k = -1 \quad \delta = -1\lambda = \frac{a\, x_{M-1}}{D}$

$k = -2 \quad \delta = -2\lambda = \frac{a\, x_{M-2}}{D}$

*Remarque : k est appelé aussi l'ordre d'interférence dans ce cas là.

Exemple : on considère une source monochromatique de longueur d'onde 560 nm éclairant 2 fentes de Young distantes de 1,5 cm. On a placé un écran à 1,20 m des sources. Calculer la position de la première et de la troisième frange lumineuse au dessus de la frange centrale.

5. Ordre d'interférence :

Dans tous les exercices, on est amené à déterminer l'expression de la différence de marche λ.

De façon générale, on peut toujours écrire :

$$\delta = p \times \lambda$$

Ou « p » est un réel (il peut prendre n'importe quelle valeur, décimale, +, -,...)

Exemple : $\delta = 5073{,}812\ \lambda$

« p » est appelé ordre d'interférence.

*Pour éviter les confusions :

Frange lumineuse

$\delta = k \times \lambda$ | $\delta = p \times \lambda$

$p = k$

$p = -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2$

Frange sombre

$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ | $\delta = p \times \lambda$

$p = \frac{(2k+1)}{2}$

$p = -2{,}5 ; -1{,}5 ; -0{,}5 ; 0{,}5 ; 1{,}5$.

Si on raisonne entre terme d'ordre d'interférence :

$\delta = p \times \lambda$ ⟶ p entier relatif ⟶ interférences constructives

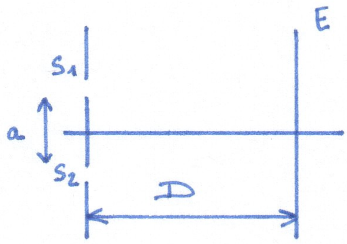
⟶ p entier relatif et $1/2$ ⟶ interférences destructives

⟶ p autre valeur ⟶ interférences quelconques (± lumineuses).

6. *Remarque :

Il existe de nombreuses expériences qui donnent naissance à des interférence lumineuses ex :

-diviseur d'onde
-miroir de boyld
-interféromètre de Michelson
-etc...



Expérience d'interférence	Diviseur d'onde
Etablir δ	$\delta = \frac{ax}{D}$
Frange lumineuse : - $\delta = k \times \lambda$ Frange sombre - $\delta = (2k+1) \times \lambda$	$x_k = \frac{D}{a} \times k\,d$ $x_k = \frac{D}{a}(2k+1)\frac{\lambda}{2}$
Interfrange : $i = x_{k+1} - x_k$	$i = \frac{D\lambda}{a}$

IV. Intensité et contraste des franges :

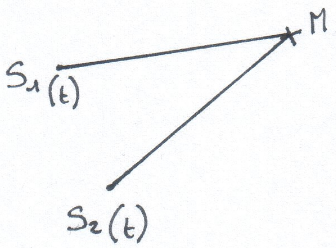
1. Intensité :

Soit $s(t)$ un signal de la forme $s(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$; (cas général) où A_0 est l'amplitude maxi du signal.

L'intensité "I" de ce signal est considérée constante et va comme le carré de l'amplitude.

$$\boxed{I \propto A_0^2}$$

On considère maintenant 2 sources de même longueur d'onde :



Les 2 signaux arrivent en M.

$S_1(t) = A_1 \cos(\omega t)$

$S_2(t) = A_2 \cos(\omega t)$.

L'intensité en M vaut : $I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_1 \cos(\varphi)$

avec : $\varphi = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda}$ et $\delta = [S_2M] - [S_1M]$

La ≠ de phase représentée

a. Franges sombres :

$$\delta = (2k+1) \times \frac{\lambda}{2}$$

$$\varphi = \frac{2\pi \times \left[(2k+1)\frac{\lambda}{2}\right]}{\lambda} = \varphi = \underbrace{(2k+1)}_{\text{un nombre impaire de } \pi} \times \pi$$

exemple: -3π ; $-\pi$; π ; 3π ; 5π ...

$$I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi)$$

$$\cos\pi = -1$$

$$\cos(3\pi) = \cos(\pi) = \cos(-\pi) = \cos(-5\pi) = -1.$$

$$I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \times -1.$$

$$I_M = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2$$

$$I_M = (A_1 - A_2)^2$$

Si $A_1 = A_2$ $\rightarrow$ les 2 sources ont la même amplitude et donc la même intensité $I_M = 0$.

Cela donne des franges sombres donc noires.

b. Franges lumineuses :

$\delta = k \times \lambda$

$\varphi = \frac{2\pi \times \delta}{\lambda} = \frac{2\pi \times k \times \lambda}{\lambda} = (2k) \times \pi$ → nombre pair

$\varphi = -4\pi ; -2\pi ; 0 ; 2\pi ; 4\pi ; 6\pi .$

$I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi)$

$\cos(0) = 1$

$\cos(-4\pi) = \cos(2\pi) = \cos(0) = \cos(6\pi) = 1.$

$I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \times 1$

$I_M = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$

$I_M = (A_1^2 + A_2^2)^2$

Si $A_1 = A_2$ → $I_M = 4A_1^2$; l'intensité est maximale.

1) Intensité :

a) franges sombres ==> I min
b) franges sombres ==> I max

2) contraste :

Soit I max l'intensité des franges lumineuses et I min, l'intensité des franges sombres.

On définit le contraste par :

$$\boxed{C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}}$$ Sans unité

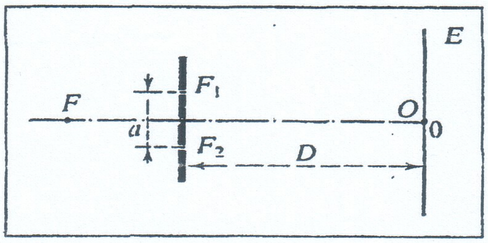
Remarque :

Si $I_{min} = 0$
↳ $C = 1$.

Exercice :

FENTES D'YOUNG. CANNELURES NOIRES

Une fente F est éclairée par une lumière monochromatique. La fente F éclaire deux fentes F_1 et F_2, fines, parallèles et distantes l'une de l'autre de $a = 1{,}50$ mm. Un écran d'observation E est situé à une distance $D = 1{,}80$ m du plan des fentes F_1 et F_2. La fente F est située dans le plan médiateur de F_1 et de F_2.



1) On mesure, sur l'écran E, 15 interfranges; on trouve alors $d = 10{,}5$ mm. Calculez la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique utilisée.

2) On remplace cette source de lumière monochromatique par une source de lumière blanche. Les longueurs d'onde des radiations émises sont comprises entre 400 nm et 750 nm. On place la fente d'un spectroscope à la place de l'écran d'observation E et à une distance $x = 6{,}00$ mm du plan médiateur. La fente du spectroscope est parallèle à F, F_1 et F_2. On observe, dans le spectroscope, un spectre cannelé (spectre continu dans lequel on voit des cannelures noires).
Donnez le nombre de cannelures observées.

1) On reconnait l'expérience du diviseur d'onde de Young.

↳ i = l'interfrange

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

$$15\,i = 10{,}5\ mm = 15 \times \frac{\lambda D}{a}$$

$$\lambda = \frac{10{,}5 \times a}{15 D} \rightarrow \lambda = \frac{10{,}5 \times 1{,}5}{15 \times 1800}$$

$\lambda = 5{,}83 \times 10^{-4}\ mm$.

$1\ nm = 10^{-9}\ m = 10^{-6}\ mm$.

$\lambda = 5{,}83\ 10^{-4}\ mm = 583\ nm$.

2) Le spectre obtenu présente en $x = 6\ mm$, des franges sombres (cannelures) pour les λ, telles que en x, on a une interférence destructive.

Démonstration :

En x $\quad \delta = \frac{ax}{D}$

On y associe l'ordre d'interférence $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}$

Exemple :

On aura une frange sombre si p est un entier et demi (14,5 par exemple).

$\lambda\,min = 400\ 10^{-9}\ m \longrightarrow p_{400} = \frac{ax}{\lambda D} \Rightarrow p_{400} = \frac{1{,}5\ 10^{-3} \times 6\ 10^{-3}}{400\ 10^{-9} \times 1{,}8}$

$p_{400} = 12{,}5$ (sombre)

$\lambda max = 750\ 10^{-9}\ m \longrightarrow p_{750} = \frac{1{,}5\ E\text{-}3 \times 6\ E\text{-}3}{750\ E\text{-}9 \times 1{,}8} \rightarrow p_{750} = 6{,}66.$

Entre 6,67 et 12,5 :

↳ 7,5 ; 8,5 ; 9,5 ; 10,5 ; 11,5 ; 12,5 .

Il y a 6 franges sombres, cannelures.

Exercice B16 :

Exercice B16 :

Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance $a = 0{,}5$ mm. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance $D = 2$ m du plan des fentes.

a) Dessiner le dispositif expérimental.

b) Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.

c) Définir la différence de marche aux 2 fentes d'un point M de l'écran et ~~établir~~ donner sa relation pour en déduire la position des centres des franges brillantes et obscures.

d) Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes.

e) Définir l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange? Comment doit-on modifier la distance entre les 2 fentes pour obtenir des franges plus espacées ?

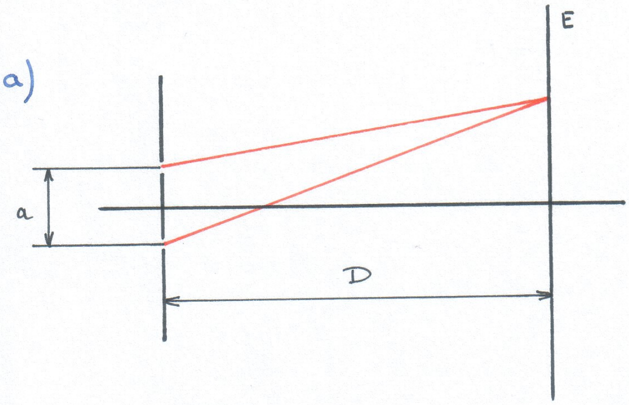
f) Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière émise par le laser, sachant que les centres de 6 franges consécutives de même nature sont espacés de 12,7 mm.

($\lambda = 635$nm, $f = 472$ THz)

Est-ce que la longueur d'onde ou la fréquence change (ou aucune des deux), si le rayon lumineux se propage dans le verre? Calculer les nouvelles valeurs. (Dans le verre la célérité de la lumière vaut 200 000 km/s.) ($f = 472$ THz , $\lambda = 424$nm)

Exercice B16 :

a)



b) Les franges brillantes sont dûes aux interferences constructives quand les 2 signaux arrivent en phase.

Les franges sombres sont dûes aux interférences destructives quand les 2 signaux arrivent en opposition de phase.

c) La ≠ de marche δ dans cette expérience est égale à la ≠ suivie par ces 2 signaux.

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$$

d) La frange centrale est lumineuse car les 2 chemins sont identiques. Donc $\delta = 0$ et les 2 signaux arrivent en phase.

e) L'interfrange i est égale à la distance entre deux franges lumineuses.

Si $\lambda \nearrow \Rightarrow i \nearrow$

Si $D \nearrow \Rightarrow i \nearrow$

Si $a \nearrow \Rightarrow i \searrow$

Si on veut qui i augmente, il faut diminuer la distance entre les 2 fentes.

f) $5i = \frac{5\lambda D}{a} = 12{,}7\ 10^{-3}$ m. $\rightarrow$ $\lambda = \frac{12{,}7\ 10^{-3} \times a}{5D}$ $\rightarrow$ $\lambda = \frac{12{,}7\ 10^{-3} \times 0{,}5\ 10}{5 \times 2}$.

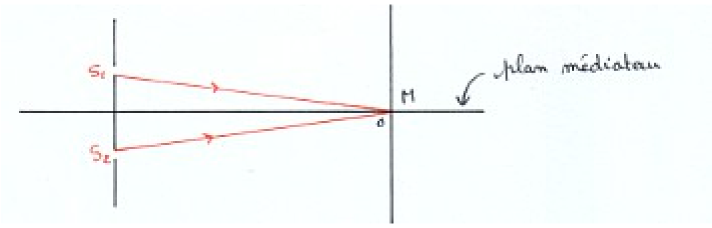
$\lambda = 6{,}35\ 10^{-7}$.

V. Détermination de l'épaisseur ou l'indice d'une lame fine ç faces parallèles.

1. Expérience :

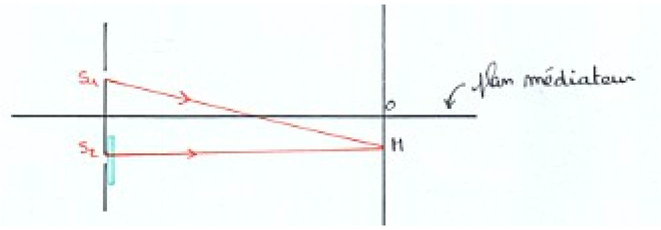
On utilise le diviseur d'onde de Young.

1ère étape :



On a vu que si M est en O, on observe une frange centrale lumineuse, les 2 vibrations arrivent en phase car elles parcourent le même chemin, $[S_1M] = [S_2M]$.

2ème étape :

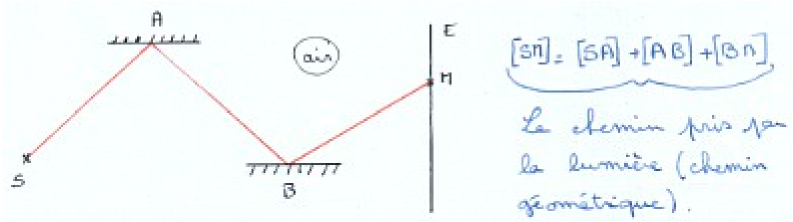


En intercalant une petite lame de verre à la sortie de S2, on s'aperçoit que la frange centrale s'est déplacée vers le bas.

*Remarque : Pour réaliser cette expérience, pour observer ce décalage on est obligé de travailler en lumière blanche.
En effet, en lumière blanche lors de la première étape, le point M en zéro correspond à une interférence constructive pour toutes les longueurs d'onde. La frange centrale apparaît blanche, c'est ainsi qu'on la repère. Dans la deuxième étape, la frange centrale blanche s'est décalée, elle correspond toujours à une interférence constructive pour toutes les longueurs d'onde. On en conclu que $\delta = 0$ quelque soit λ pour cette frange blanche.

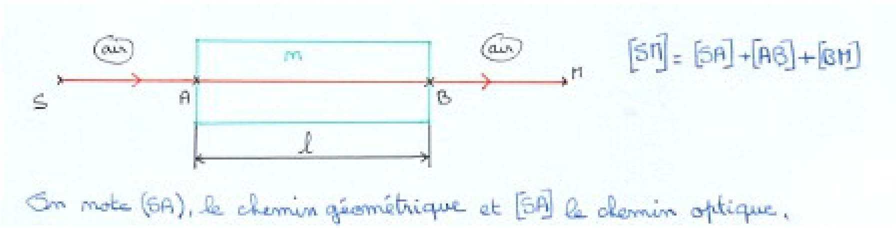
2. Chemin optique :

Si le milieu traversé par les 2 vibration est homogène, alors, on peut raisonner en terme de chemin géométrique.



Définition :

Soit un signale lumineux se propageant de S à M en traversant différents milieux d'indices différents. On appelle « chemin optique » [SM] la longueur du chemin que la lumière parcourrait dans le vide pendant exactement le même temps qu'elle met en réalité pour aller de S à M.



Sur le parcours SA, le milieu traversé est l'air d'indice 1. La lumière va à la même vitesse que dans le vide.

[SA] = (SA)

Idem pour BM, [BM] = (BM)

Dans le verre, section AB, verre d'indice n :

$n = c / v$

Dans le verre, la lumière va à la vitesse « v » et elle parcourt le chemin (AB) = l.

Elle parcout AB en un temps $T = l / v$ ($v = c / n$)

$$T = l / c/n = ln / c$$

Pendant ce temps T, la lumière dans le vide aurait parcourue une distance d = c x T.

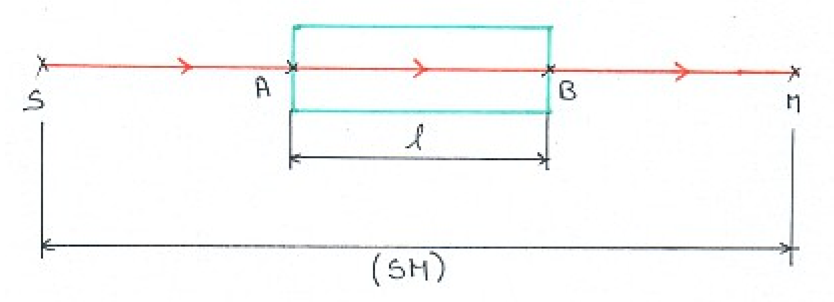
d = c x nl/c

Formule finale :

$$d = n \times l$$

[AB] = n x l

[SM] = [SA] + nl + [BM]



Première remarque : On a pas toujours accès à la distance (SA) ou (BM).

Deuxième remarque : quelle que soit la position de la lame de verre sur le chemin SM, le temps mis par la lumière pour aller de S à M ne changera pas donc cela signifie que le chemin optique [SM] est indépendant de la position de la lame.

$$[SM] = [SA] + l \times n + [BM]$$

$$[SM] = (SA) + l \times n + (BM)$$

$$[SM] = (SA) + (AB) + ln - (AB) + (BM)$$

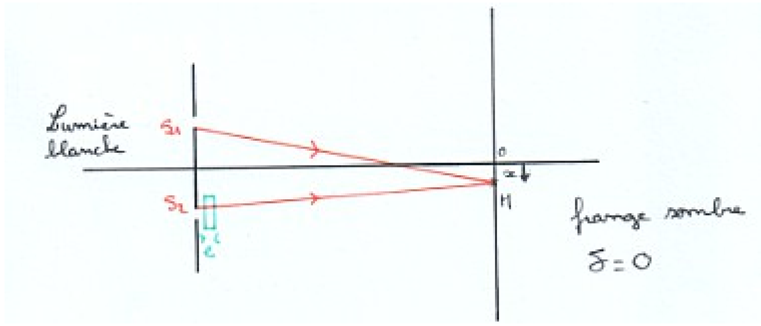
$$[SM] = (SA) + (AB) + (BM) + \underbrace{l \times n - (AB)}_{l \times n - l}$$

$$\boxed{[SM] = (SM) + l(n-1)}$$

la longueur du segment indépendament du milieu

chemin équivalent dans le vide "chemin optique"

3. <u>Interprètation de l'expérience :</u>



a. <u>Différence de chemin optique :</u>

$\delta = [S_2M] - [S_1M]$

Le rayon issu de S_1 ne traverse pas de milieu autre que l'air ($n_{air} = 1$)

$[S_1M] = (S_1M) \longrightarrow$ chemin géométrique.

$[S_2M] = (S_2M) + (n-1) \times e$

$\delta = [S_2M] - [S_1M]$

$\delta = (S_2M) + (n-1) \times e - (S_1M)$

$\delta = \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{\neq \text{ de chemin sans la lame.}} + (n-1) \times e$

$(S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D} + (n-1) \times e}$$

b. <u>Position de la frange centrale (blanche) :</u>

On rappelle que l'on travaille en lumière blanche. Il existe une frange particulière pour laquelle delta = 0 quelque soit lambda, facilement repérable car c'est la seul parfaitement blanche. On note x_0 la positon de cette frange sur l'écran. On a donc :

$$\boxed{\delta = 0 = \frac{a x_0}{D} + (n-1) \times e}$$

A partir de la mesure de x_0, on peut en déduire, soit l'indice de la lame, soit son indice.

c. Détermination de l'épaisseur :

On suppose que "m" est connu.

$$\delta = 0 = \frac{a x_0}{D} + (m-1) \times e$$

$$e = \frac{-a\, x_0}{D \times (m-1)}$$

$$e = \frac{a x_0}{D \times (1-m)}$$

d. Détermination de l'indice

On suppose "e" connue

$$\delta = 0 = \frac{a x_0}{D} + (m-1) \times e$$

$$0 = \frac{a x_0}{D} + me - e$$

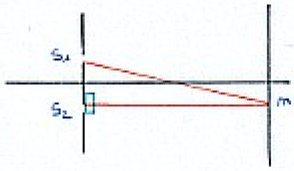
$$me = \frac{-a x_0}{D} + e$$

$$m = \frac{-a x_0}{De} - \frac{e}{e}$$

$$\boxed{m = 1 - \frac{a x_0}{De}}$$

4. Remarques :

On a placé la lame face à S_2.



$M\,x_0$ = position de la frange centrale.

$$\delta = 0 = \frac{a x_0}{D} + (n-1) \times e .$$

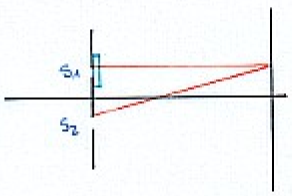
$a > 0$
$D > 0$
$e > 0$
$n > 1$

$$0 = \underbrace{\frac{a}{D}}_{\oplus} \times \underbrace{x_0}_{\ominus} + \underbrace{(n-1)}_{\oplus} \times \underbrace{e}_{\oplus}$$

$$e = \frac{\overset{\oplus}{a}\,\overset{\ominus}{x_0}}{\underset{\oplus}{D}\,\underset{\ominus}{(1-n)}}$$

"e" est bien $\oplus$

On place la lame en haut.



$$\delta = [S_2M] - [S_1M]$$

$$\delta = (S_2M) - \{(S_1M) + (n-1) \times e\}$$

$$\delta = \underbrace{(S_2M) - (S_1M)} - (n-1) \times e$$

$$\delta = \frac{a x}{D} - (n-1) \times e$$

Pour avoir x_0 $\delta = 0$

$$\delta = 0 = \underbrace{\frac{a x_0}{D}}_{\oplus} - \underbrace{(n-1)}_{\oplus} \times \underbrace{e}_{\oplus}$$

Comme a et D sont $\oplus$, x_0 est $\oplus$

5. Interfranges :

Pour une longueur d'onde lambda, qui compose la lumière incidente, l'interfrange ne change pas même en présence de la lame de verre :

i = (lambda x D) / a.

Exercice 1 : BTS 95

On se propose d'étudier un dispositif classique d'interférences par division du front d'onde, telles les fentes d'Young.
Deux fentes fines F_1 et F_2, distantes de a, sont éclairées par une fente source F, très fine et parallèle à F_1 et F_2. La fente source émet des radiations monochromatiques de longueur d'onde dans le vide λ_0.

Le dispositif est placé dans le vide et F est sur la médiatrice Δ du segment F_1F_2 (fig. 1). On observe la figure d'interférence sur un écran plan (E) parallèle au plan contenant les fentes. Sur l'écran on définit un axe Ox (O étant le point de l'écran situé sur Δ).

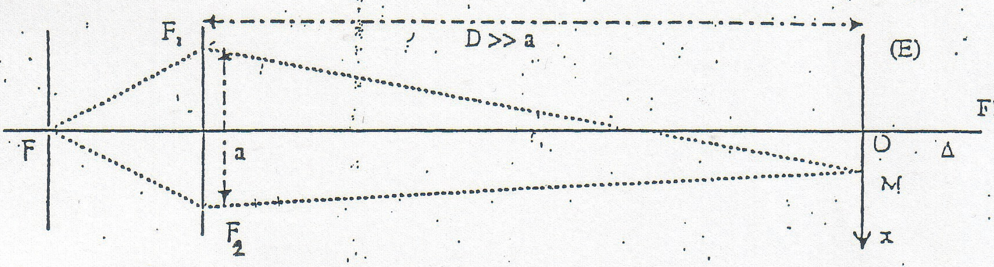


Figure 1

I-1. Les amplitudes des ondes diffractées par F_1 et F_2 sont respectivement a_1 et $a_2 = m.a_1$.

- Donner l'expression de l'intensité vibratoire, en un point M de l'écran ($\overline{OM} = x$), en fonction du déphasage φ entre les ondes issues de F_1 et F_2, de l'amplitude a_1 et de m.
- Exprimer φ en fonction de λ_0 et de la différence de marche δ dont on donnera l'expression en fonction de x, a (distance entre F_1 et F_2) et D (distance entre le plan contenant les fentes et l'écran). On supposera D » a.

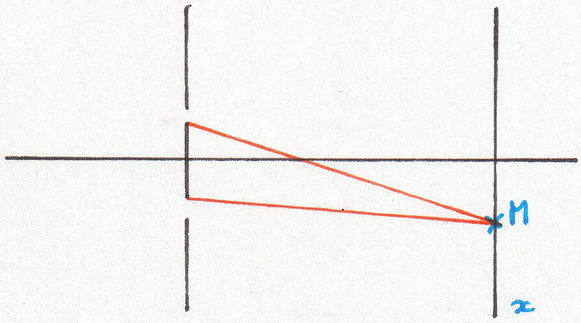
I-2. Pour quelle valeur de m le contraste $C = \dfrac{Imax - Imin}{Imax + I\,min}$ est-il maximal ? Conclure.

I-3. a) On place immédiatement derrière F_1 et parallèlement au plan contenant les fentes, une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e_1, et d'indice de réfraction n_1. La frange centrale se déplace alors de x = + 14 cm. En déduire la valeur de n_1 connaissant e_1 = 420 μm, a = 1,5 mm et D = 1 m.

b) On maintient cette lame derrière F_1 et on place immédiatement derrière F_2 une autre lame de verre, à faces parallèles, d'indice n_2 et d'épaisseur e_2 telle que la frange centrale revienne en O.
- Calculer n_2 connaissant e_2 = 300 μm.

N.B. : Etant donné la faible inclinaison des rayons issus de F_1 et F_2, les lames de verre sont traversées suivant leur épaisseur.

1.



$$I(M) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi)$$

A_1 : l'amplitude du signal émis par F_1
A_2 : l'amplitude du signal émis par F_2

φ de déphasage

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$$

Dans l'exercice :

a_1, a_2 on sait $a_2 = m \times a_1$

$$I(M) = a_1^2 + (m \times a_1)^2 + 2a_1 \times ma_1 \times \cos(\varphi)$$
$$= a_1^2 + m^2a_1^2 + 2a_1^2 m\cos(\varphi)$$
$$= a_1^2(1 + m^2 + 2m\cos(\varphi))$$

$\varphi = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda}$ avec $\delta = \dfrac{ax}{D}$

2. $C = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ Le contraste est max quand $I_{min} = 0$.

C'est à dire, les deux signaux en opposition de phase mais de même amplitude.

a_1 et $a_2 = m \times a_1$

Conclusion:

Le contraste est max si $m = 1$.

3. a). $\delta = [S_2M] - [S_1M]$

On a une lame de verre d'indice n_1 et d'épaisseur e_1 devant S_1.

$[S_2M] = (S_2M)$

$[S_1M] = (S_1M) + (n_1 - 1) \times e_1$.

Substitution:

$$\delta = (S_2M) - \left\{ (S_1M) + (n_1 - 1) \times e_1 \right\}$$

$$\delta = \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{\frac{ax}{D}} - (n_1 - 1) \times e_1$$

$$\delta = \frac{ax}{D} - (n_1 - 1) \times e_1$$

Pour la frange centrale, $\delta = 0$

$$0 = \frac{ax}{D} - (n_1 - 1) \times e_1$$

$$(n_1 - 1) \times e_1 = \frac{ax}{D}$$

$$(n_1 - 1) = \frac{ax}{D \times e_1}$$

$$n_1 = 1 + \frac{ax}{D \times e_1} = 1{,}5.$$

b) $\delta = [S_2 M] - [S_1 M]$

$$[S_2M] = (S_2M) + (n_2 - 1) \times e_2$$

$$[S_1M] = (S_1M) + (n_1 - 1) \times e_1$$

$$\delta = \{(S_2M) + (n_2 - 1) \times e_2\} - \{(S_1M) + (n_1 - 1) e_1\}$$

$$\delta = \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{\frac{ax}{D}} + (n_2 - 1) \times e_2 - (n_1 - 1) \times e_1$$

On sait que la frange centrale est revenu en $x = 0$.

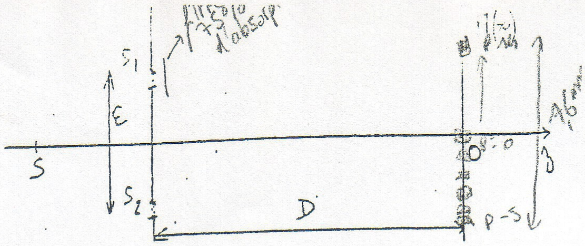
$$\delta = 0 = \frac{a \times 0}{D} + (n_2 - 1) \times e_2 - (n_1 - 1) \times e_1$$

$$(n_2 - 1) e_2 = (n_1 - 1) \times e_1$$

$$(n_2 - 1) = (n_1 - 1) \times \frac{e_1}{e_2}$$

$$n_2 = 1 + (n_1 - 1) \times \frac{e_1}{e_2}.$$

Exercice 2 :



Soit le dispositif d'Young suivant :

On donne $\varepsilon = 2$ mm, $\lambda = 520$ nm et la distance séparant les franges d'ordres respectifs $p = -5$ et $p = 14$ est de 7,6 mm.

1/ En déduire D.

2/ Calculer la position de la 4$^{\text{ième}}$ frange sombre.

3/ Donner I(x).

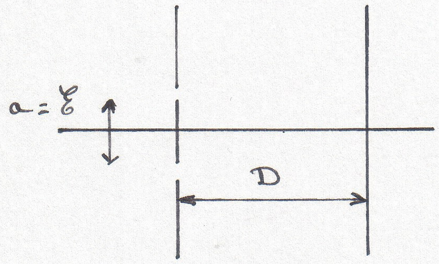
4/ Un filtre placé devant S1 absorbe 75 % de l'énergie. Calculer la nouvelle expression de I(x) et tracer sa courbe.

5/ On place désormais l'écran à 1 m des sources secondaires. Devant l'un des deux trous, on place une lame à faces parallèles d'indice 1,5. La frange centrale se déplace alors et prend la place de la frange d'ordre –40. Devant quelle source a-on placé la lame ? et quelle est l'épaisseur de la lame ?

6/ L'écran est percé à mi-chemin entre le point O et la nouvelle position de la frange centrale. La source monochromatique est remplacée par une source de lumière blanche (400nm <λ<750nm). La fente d'un spectroscope est placée à l'endroit où est percé l'écran. Qu'observe-t-on dans le spectroscope ? Quelles sont les longueurs d'ondes des radiations correspondantes aux cannelures sombres ?

Exercice n°2 :

ε = epsilon : l'écart entre les 2 sources
ε = a dans le cours.



On sait que la frange d'ordre $p = -5$ et celle d'ordre $p = 14$ sont séparés de 7,6 mm.

1. $D = ?$ - On a 19 interfranges
- On utilise $i = \dfrac{\lambda D}{a}$

$19\,i = 7{,}6$ mm.

$i = \dfrac{7{,}6}{19}$

$i = 0{,}4$ mm

$i = \dfrac{\lambda D}{a} \rightarrow \dfrac{i}{1} = \dfrac{\lambda D}{a}$

$i \times a = \lambda D.$

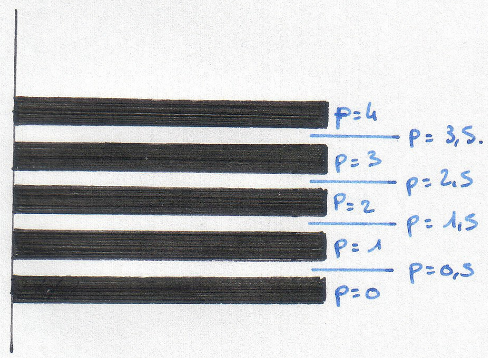
$\lambda \times D = i \times a$

$D = \dfrac{i \times a}{\lambda}$

$D = \dfrac{0{,}4 \times 2}{0{,}000520}$

$D = 1538{,}5$ mm.

2.



4 ème frange sombre : $p = 3{,}5$

$\delta = \dfrac{ax}{D} = \dfrac{p \times \lambda}{1}$ Produit en croix

$ax \times 1 = D \times p \times \lambda$

$x = \dfrac{D \times p \times \lambda}{a}$

$x = \dfrac{1538{,}5 \times 3{,}5 \times 0{,}000520}{2}$

$x = 1{,}4$ mm.

3. Donner $I(x)$:

$$I(x) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi)$$

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \qquad \delta = \frac{ax}{D}$$

$$I(x) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(\frac{2\pi ax}{D\lambda}\right)$$

A priori $A_1 = A_2$

$$I(x) = 2A_1^2 + 2A_2^2\cos\left(\frac{2\pi ax}{D\lambda}\right)$$

$$I(x) = 2A_1^2\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{D\lambda}\right)\right)$$

4. Devant S_1, un filtre absorbe 75% de l'energie.

L'energie comme l'intensité soit A_1^2

$$A_1^2 = 0{,}25\ A_2^2$$

$$I(x) = 0{,}25A_2^2 + A_2^2 + 2 \times 0{,}5 \times A_2 \times A_2 \times \cos\left(\frac{2\pi ax}{D\lambda}\right)$$

$$I(x) = A_2^2\left(0{,}25 + 1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{D\lambda}\right)\right)$$

$I(x)$ = l'allure de la courbe.

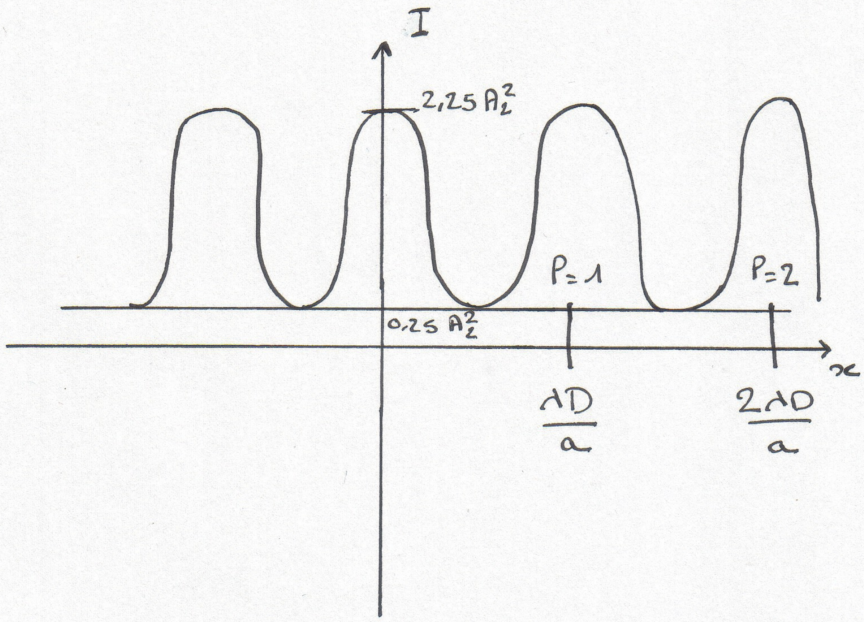
$\cos\left(\frac{2\pi a x}{D\lambda}\right)$ est comprise entre 1 et -1

Si $\cos\left(\frac{2\pi a x}{D\lambda}\right) = 1.$

$\hookrightarrow I = A_2^2 \, (2{,}25)$

Si $\cos\left(\frac{2\pi a x}{D\lambda}\right) = -1$

$I = A_2^2 \, (0{,}25)$ $\longrightarrow$ frange sombre mais pas complètement.



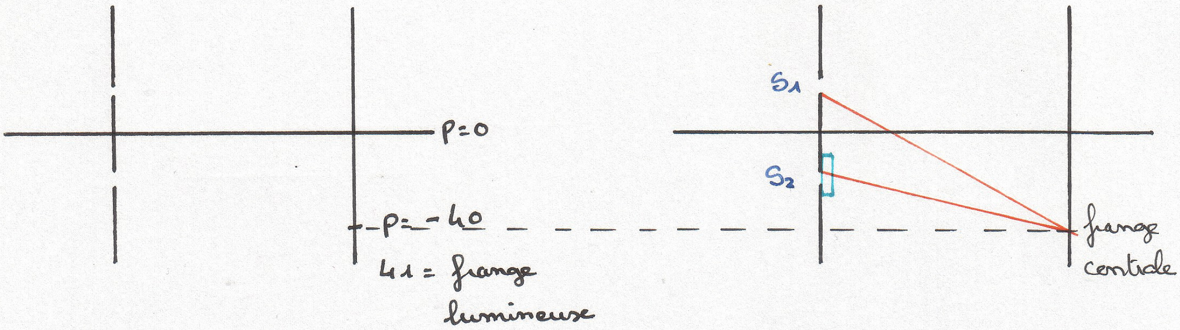
Frange lumineuse.

$\delta = p \times \lambda$ p est entier

$\frac{ax}{D} = p \times \lambda$

$x = p \times \frac{\lambda D}{a}$

5.



On cherche la position de la frange centrale qui correspond à l'ancienne position de la 41ème frange. $a = \mathcal{E} = 2$ mm.

$P = -40$

$\delta = \frac{ax}{D} = p\lambda$ avec $D = 1$ m soit 1000 mm.

$\lambda = 520$ nm soit 0,000520 mm.

$x = ?$

$\frac{ax}{D} = \frac{p\lambda}{1} \longrightarrow D \times p\lambda = ax \times 1$

$x = \frac{D \times p \times \lambda}{a}$

$x = \frac{1000 \times -40 \times 0{,}000520}{2}$

$x = -10{,}4$ mm.

$\delta = [S_2M] - [S_1M]$

$\delta = (S_2M) + (n-1) \times e - (S_1M)$

$\delta = (S_2M) - (S_1M) + (n-1) \times e \longrightarrow (S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$

$\delta = \frac{ax}{D} + (n-1) \times e$

$\delta = \frac{2 \times (-10{,}4)}{1000} + (1{,}5 - 1) \times e = 0$

$\delta = -0{,}0208 + 0{,}5\,e = 0$

$-0{,}0208 = -0{,}5\,e \longrightarrow e = \frac{-0{,}5}{-0{,}0208} \longrightarrow e = 0{,}0416$ mm.