Etude des dioptres sphériques

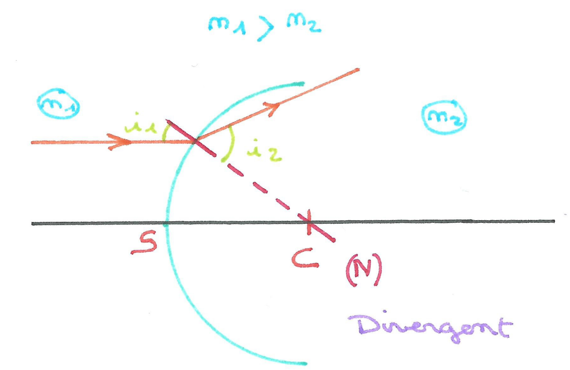
I. Introduction et présentation :

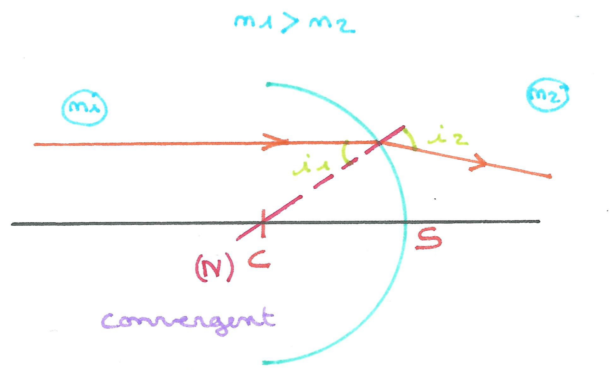
Un dioptre sphérique est une surface sphérique séparant deux milieux d'indices différents.

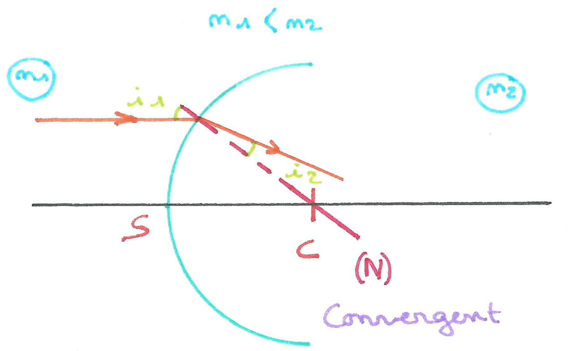
Quand un rayon incident arrive sur un dioptre, il subit un phénomène de réfraction. La réfraction suit les mêmes lois déjà vues. En particulier $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

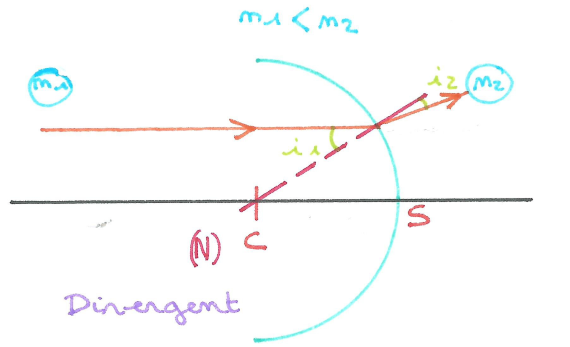
On a vu également que si le milieu 2 est plus réfringeant que le milieu 1, alors le rayon se rapproche de la normale. Au contraire, si le milieu 1 est le plus réfringeant, le rayon s'éloigne de la normale.

Il existe 4 configurations possibles pour un dioptre. Pour déterminer si ce dioptre est convergent ou divergent, on peut tracer la marche d'un rayon // à l'axe.









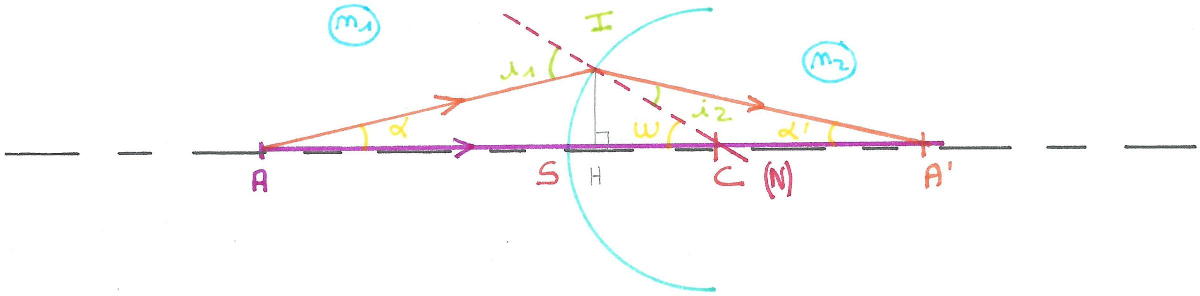
Un dioptre sphérique est caractérisé par son rayon de courbure /SC.

-Si /SC < + > dioptre convexe
-Si /SC < - > dioptre concave

II. <u>Relation de conjugaison dans l'approximation de GAUSS et propriétés :</u>

Un dioptre sphérique n'est pas rigoureusement stigmatique. Cependant, dans le cadre des approximations de GAUSS, on peut considérer que tous les rayons issus d'un point objet « A » après traversée du dioptre se croisent en un point unique « A' ».

Nous allons utiliser cette propriété pour déterminer une relation de conjugaison.



Dans l'approximation de GAUSS, les angles i1, i2, alpha, w sont suffisamment petits et H et S peuvent être considérés confondus.

Dans le triangle IAC : $\alpha + \omega + (180 - i_1) = 180°$

$i_1 = \alpha + \omega$

Dans le triangle IA'C : $(180 - \omega) + \alpha' + i_2 = 180°$

$i_2 = \omega - \alpha'$

$\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{\overline{IH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$ $\qquad$ $\tan \alpha' \simeq \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}}$

$\tan \omega \simeq \omega \simeq \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}$

$$n_1 (\sin i_1) = n_2 (\sin i_2)$$

i_1 et i_2 petits : $\sin(i_1) \simeq i_1$

$\sin(i_2) \simeq i_2$

$$n_1 \times (i_1) = n_2 \times (i_2)$$

$$n_1 \times (\alpha + \omega) = n_2 (\omega - \alpha')$$

$$n_1 \left(\frac{\overline{SI}}{\overline{AS}} + \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} \right) = n_2 \left(\frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} \right)$$

$$n_1 \times \cancel{\overline{SI}} \cdot \left(\frac{1}{\overline{AS}} + \frac{1}{\overline{SC}} \right) = n_2 \times \cancel{\overline{SI}} \left(\frac{1}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SA'}} \right)$$

$$\frac{n_1}{\overline{AS}} + \frac{n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_2}{\overline{SC}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} + \frac{n_1}{\overline{AS}} = \frac{n_2}{\overline{SC}} - \frac{n_1}{\overline{SC}}.$$

$$\downarrow$$

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \left(\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \right)$$ $\rightarrow$ On la compare à la formule générale des syst. centrés de Descartes : $\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = D$

Par analogie, la vergence d'un dioptre sphérique est donc :

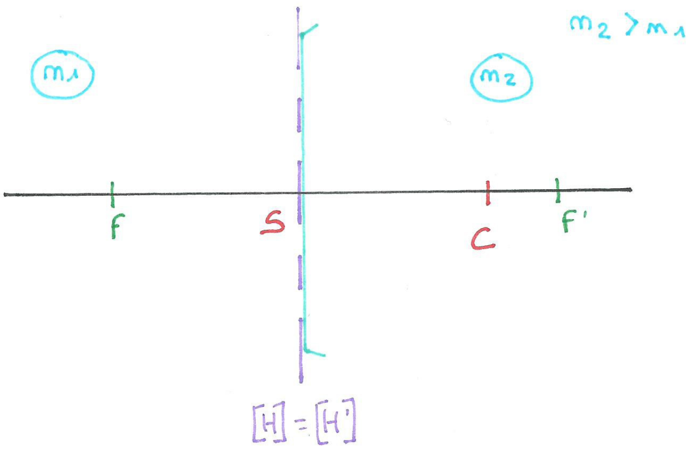
$$D = \left(\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \right)$$

De plus, les plans principaux H et H' du dioptre sphérique sont confondus et correspondent au sommet du dioptre S.
On détermine les distances focales de la m̂ façon que pour les syst. centrés.

$$\overline{HF} = \overline{SF} = \frac{-n_1}{D} = f$$

$$\overline{H'F'} = \overline{SF'} = \frac{n_2}{D} = f'$$

Représentation des dioptres sphériques dans l'approximat° de GAUSS.



Exemple :

On considère un dioptre sphérique de rayon de courbure $\overline{SC} = 4\,cm$ séparant l'air d'un milieu image d'indice n_2.

On sait que $D = 20\,\delta$.

1) Calculer n_2.

2) Calculer f et f'.

3) On a placé devant ce dioptre un objet AB tel que $\overline{SA} = -7\,cm$
- Déterminer $\overline{SA'}$.

1. $D = \dfrac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}} \rightarrow 20 = \dfrac{(n_2 - 1)}{0{,}04} \rightarrow (n_2 - 1) = 20 \times 0{,}04.$

$n_2 = (20 \times 0{,}04) + 1$

$n_2 = 1{,}8.$

2. $f' = \dfrac{n'}{D} \rightarrow f' = \dfrac{1{,}8}{20} \rightarrow f' = 0{,}09\,m.$

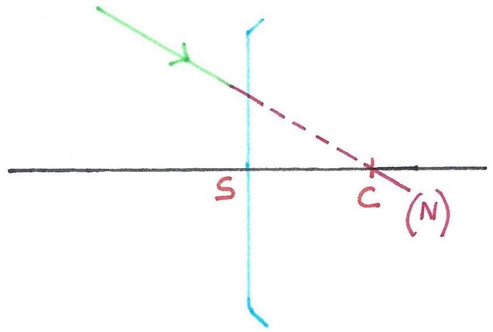
$f = \dfrac{-n}{D} \rightarrow f = \dfrac{-1}{20} \rightarrow f = -0{,}05\,m.$

3.

$\dfrac{n_2}{\overline{SA'}} - \dfrac{n_1}{\overline{SA}} = D \rightarrow \dfrac{1{,}8}{\overline{SA'}} - \dfrac{1}{-0{,}07} = 20 \rightarrow \dfrac{1{,}8}{\overline{SA'}} + 14{,}2857 = 20.$

$\dfrac{1{,}8}{\overline{SA'}} = 20 - 14{,}2857 \rightarrow \overline{SA'} = \dfrac{1{,}8}{20 - 14{,}2857} \rightarrow \overline{SA'} = 0{,}315\,m.$

Point nodaux :



i_1, l'angle d'incidence est nul ($i_1 = 0$)

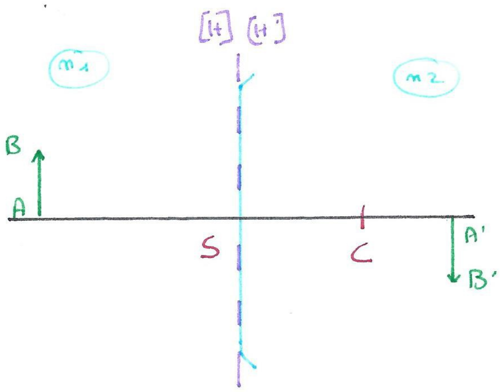
$\rightarrow n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

$i_2 = 0$

$i_1 = i_2 = 0$. Le rayon ressort sur la normale et donc // à lui m̂.
Cela correspond à la définition des points Nodaux. $N = N' = C$

Un rayon incident passant par C, ressort sans être dévié.

Grandissement :



Pour les syst. centrés la formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{n}{n'} \times \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$$

Par analogie, on peut établir une formule pour le dioptre sphérique.

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Autres formules :

Newton :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = f \times f' \qquad f' = \overline{H'F'} = \overline{SF'}$$

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = \overline{SF} \times \overline{SF'} \qquad f = \overline{HF} = \overline{SF}$$

$$\gamma = \frac{-f}{\overline{FA}} \quad \text{ou} \quad \gamma = \frac{\overline{F'A'}}{f'}$$