POLARISATION ET BIRÉFRINGENCE
10 février 2014

I Polarisation

Une onde électromagnétique comme la lumière correspond à une oscillation d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$. Cette onde se propage dans une direction privilégiée. les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux et orthogonaux tout deux à la direction de propagation
Par soucis de simplicité on représente souvent une O.E.M par le schéma suivant. En optique on ne s'intéresse pas au champs magnétique $\vec{B}$ car nos yeux

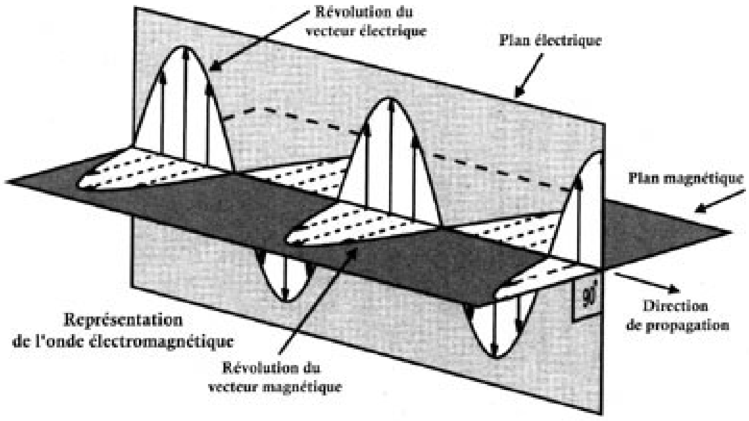


FIGURE 1 – Onde Electromagnétique : réprésentation classique

n'y sont pas sensible.
On appelle polarisation la direction de vibration du champ électrique $\vec{E}$.

1 Polarisation rectiligne

Dans le cas le plus simple, lorsque le vecteur $\vec{E}$ garde toujours la même direction on parle de polarisation rectiligne.
On peut parler de polarisation verticale ou horizontale. Cependant il n'y a aucune raison pour que $\vec{E}$ ait une direction privilégiée. Dans le cas général il fait un angle α constant avec un des axes perpendiculaire à la direction de propagation.
Si $\vec{z}$ correspond à la direction de propagation, le champ $\vec{E}$ est toujours et à tout instant décomposable en deux composante E_x et E_y.
Dans ce cas pour le champ $\vec{E}$, les composantes E_x et E_y doivent varier de la même façon, c'est à dire avec la même pulsation ω et en phase.

$$E\vec{(t)} = \begin{vmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_x\cos(\omega t) \\ E_y\cos(\omega t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_0\cos(\alpha)\cos(\omega t) \\ E_0\sin(\alpha)cos(\omega t) \end{vmatrix} \tag{1}$$

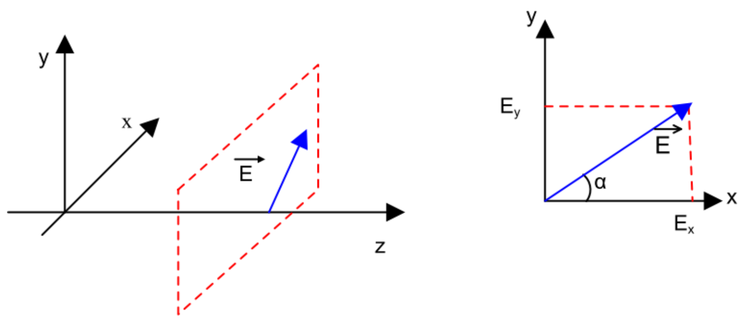


FIGURE 2 – composantes d'une onde polarisée rectiligne

2 Lumière incohérente

Dans bien des cas, la lumière comme celle du soleil ou celle d'une ampoule est dite incohérente. Il n'y a aucune relation entre les amplitudes des trains d'onde émis et leur polarisation est aléatoire.

3 Autres types de polarisation

3.1 Onde polarisée circulairement

Une onde dont le champs $\vec{E}$ décrit des cercles en tournant autour de la direction de propagation tout en conservant son amplitude est dite polarisée circulairement. Dans ce cas l'amplitude des composantes E_x et Ey ont la même

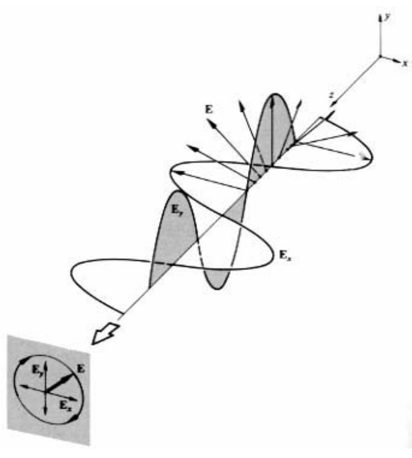


FIGURE 3 – Onde polarisée circulairement

amplitude E_0 mais sont déphasée de $\frac{\pi}{2}$. $\sin(\omega t) = \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right)$.

$$E(\vec{t}) = \begin{vmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_0 \cos(\omega t) \\ E_0 \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \end{vmatrix} \quad (2)$$

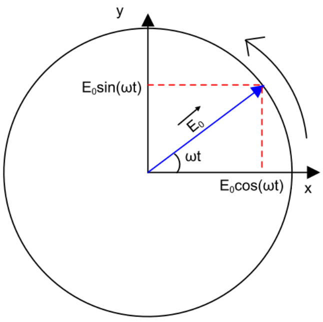


FIGURE 4 – Composantes d'une onde polarisée circulairement

3.2 Polarisation elliptique

C'est le cas le plus fréquent. L'amplitude des composantes E_x et E_y sont différentes et le déphasage ϕ entre elles est quelconque.

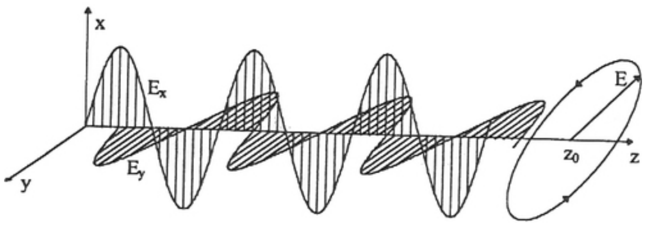


FIGURE 5 – onde polarisée elliptiquement

$$\vec{E(t)} = \begin{vmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\omega t) \\ E_{0y}\cos(\omega t - \phi) \end{vmatrix} \tag{3}$$

Remarque : Si $\phi = \frac{\pm\pi}{2}$ les axes de l'ellipse correspondent aux axes x et y, de plus si $E_{Ox} = E_{Oy}$ on retrouve un cercle.

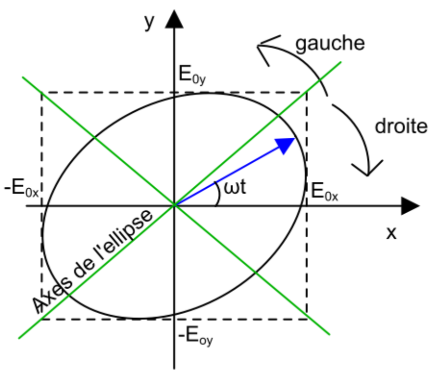


FIGURE 6 – Composantes d'une onde polarisée elliptiquement

4 IntensitÃľ d'une onde lumineuse selon le type de polarisation

A traiter

5 Obtenir une onde polarisée

5.1 Incidence de Brewster

Lors d'une réflexion sur un dioptre les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude dépendent en réalité de l'angle d'incidence et de la polarisation.
On considére une onde incidente pour laquelle le champs électrique $\vec{E}$ admet deux composantes :
- l'une perpendiculaire au dioptre
- l'autre paralléle au dioptre

Ou encore :
- $E_{//}$ parallèle au plan d'incidence.
- $E_{\perp}$ perpendiculaire au plan d'incidence.

Pour un angle particulier, appelé *angle de Brewster*,le champ électrique du rayon réfléchi n'a qu'une composante perpendiculaire au plan d'incidence $\vec{E} = E_{\perp}\vec{n}$.
L'angle de Brewter est l'angle d'indidence i_1 tel que le rayon réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté. On a la relation :

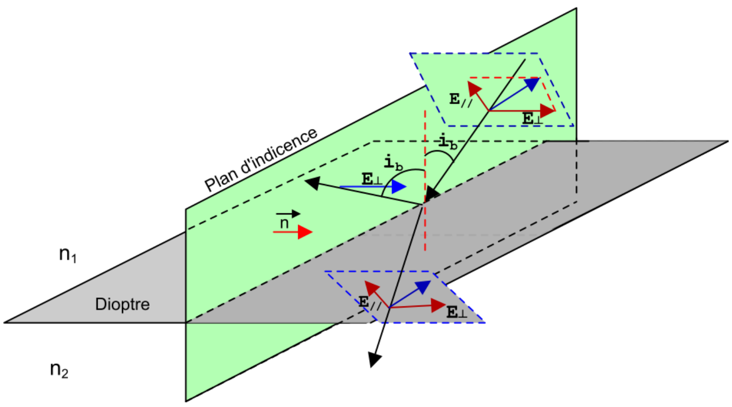


FIGURE 7 – Polarisation par réflexion

$$\begin{aligned}
n_1 \sin(i_1) &= n_2 \sin(i_2) \\
\pi &= r + \tfrac{\pi}{2} + i_2 \\
r &= i_1 \\
i_2 &= \tfrac{\pi}{2} - i_1 \\
n_1 \sin(i_1) &= n_2 \sin\left(\tfrac{\pi}{2} - i_1\right) \\
n_1 \sin(i_1) &= n_2 \cos(i_1) \\
\tan i_1 &= \tfrac{n_2}{n_1}
\end{aligned}$$

$$i_b = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \tag{4}$$

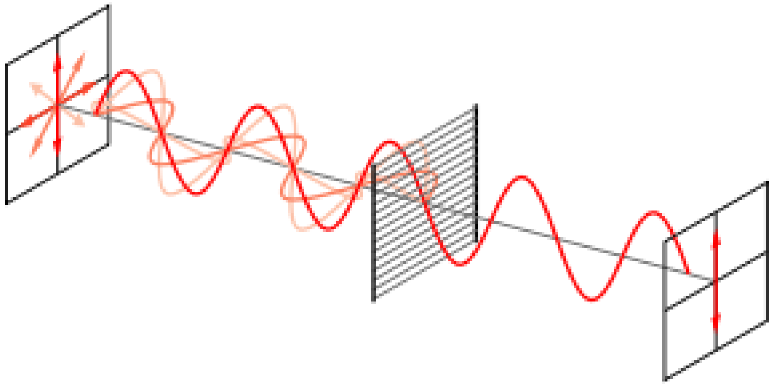
Le rendement de cette polarisation est assez faible. L'intensité du rayon réfléchi est d'environ 7,5% de l'intensité du rayon incident. De plus l'angle de Brewster peut dépendre de la longueur d'onde.

5.2 Par transmission

L'onde transmise à travers le dioptre (voir figure 7) possède une composante perpendiculaire et parallèle. A chaque traversée du dioptre la composante perpendiculaire du rayon transmis est affaiblie. Par une série de traversées succéssives de dioptres sous l'angle de Brewster, on élimine peu à peu la composante perpendiculaire. La polarisation finale n'est pas purement parallèle mais l'intensité de la lumière transmise est relativement importante.

5.3 par absorption

Si on envoie une onde électromagnétique de polarisation quelconque sur une grille métallique constitué de barreaux parallèles, on obtient une onde polarisée rectilignement dans la direction perpendiculaire aux barreaux. Ce système de polarisation ne fonctionne que si λ est de l'ordre de l'écartement des barreaux, et est donc utilisée pour les micro-ondes ou ondes courtes.



Dans le domaine du visible on utilise des matériaux dichroïques qui donne le même résultat même si la physique sous-jaccente différe. Un matériaux dichroïque est un matériaux dont les propriétés optique ne sont pas isotropes.
Un film polaroïd est contitué de grandes molécules longilignes (des polyméres) et orientées de façon parallèle. L'absorption de la lumière dépend alors de l'orientation du $\vec{E}$ par rapport à l'orientation des molécules. On obtient à la sortie du polariseur une onde polarisée rectilignement perpendiculaire à l'orientation des polymères. On peut faire ainsi des polariseurs de grande dimension à faible coût.

6 Par biréfringence

Certains cristaux donnent par réfraction naissance à deux faisceaux l'un appelé *ordinaire* l'autre *extraordinaire* séparés dans l'espace (voir II). Les faisceaux ordinaire et extraordinaire sont tous deux polarisés rectilignement et perpendiculairement entre eux.

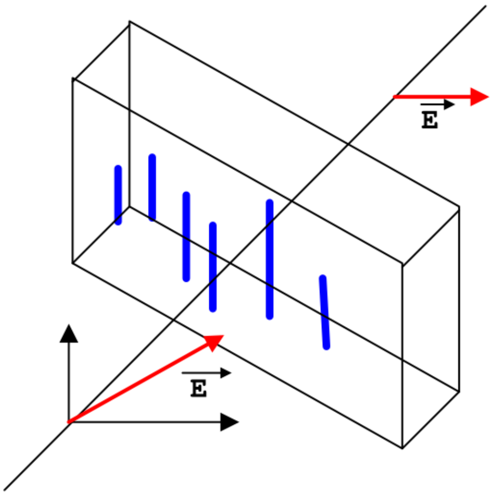


FIGURE 8 – Film polaroïd : Dichroïsme linéaire. (les batônnets représente les polyméres alignés dans une direction privilégiée

7 Loi de Malus

7.1 lumière naturelle

On a vu qu'une lumière naturelle n'a pas de polarisation particuliére, c'est à dire que les différents trains d'onde sont polarisés de façon indépendante et aléatoire. D'un point de vue statistique les différents $\vec{E}$ des différents trains d'ondes sont distribués de façon réguilière. Statistiquement la moyenne des composantes E_x et E_y sont égales. Si on prend l'intensité comme le carré de l'amplitude. $I_0 = E_0^2$, avec $E_0^2 = E_x^2 + E_y^2$. On obtient statistiquement

$$\vec{E} = \begin{vmatrix} E_x = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \\ E_y = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \end{vmatrix} \tag{5}$$

7.2 Lumiére natruelle polarisée par un polariseur parfait

Un polariseur est dit parfait s'il absorbe la totale partie du champ $\vec{E}$ perpendiculaire à sa direction privilégiée D_p et laisse passer sans aucune absorption la partie de $\vec{E}$ parallèle à D_P.
Aprés traversée d'un polariseur parfait une lumière naturelle d'intensité I_0 à donc une amplitude égale à $\sqrt{\frac{I_0}{2}}$.

7.3 Loi de Malus

On considère une lumière naturelle d'intensité I_0. Elle passe à travers un premier polariseur de direction D_p.(voir Figure 11). A la sortie de ce polarisateur son champ $\vec{E}$ est polarisé rectilignement et vaut $E_p = \sqrt{\frac{I_0}{2}}$. Si cette onde

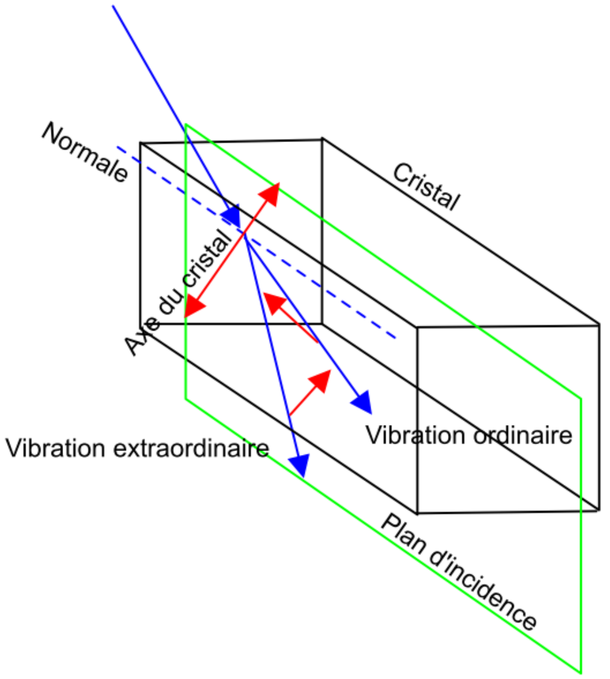


FIGURE 9 – phénomène de biréfringence

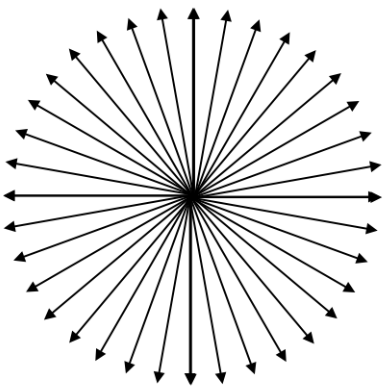


FIGURE 10 – Superposition statistique de la polarisation des différents trains d'ondes d'une lumière naturelle

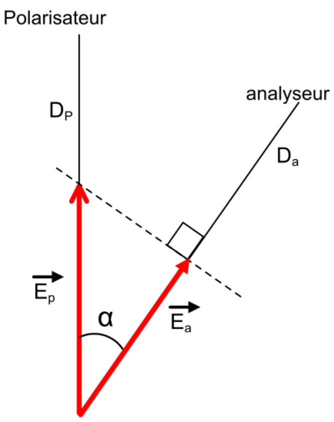


FIGURE 11 – Loi de Malus : Polariseur et analyseur

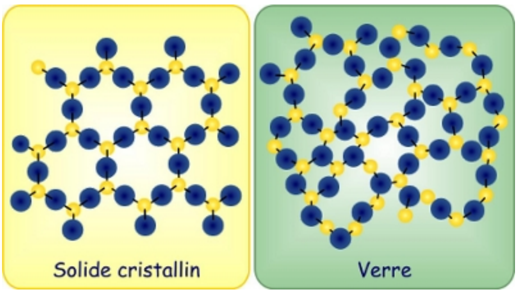
tombe sur un autre polariseur appelé analyseur et de directionD_a tel que D_a et D_p forme un angle α, à la sortie de l'analyseur le champ electrique vaut maintenant E_A de même direction que D_A et d'intensité $\sqrt{\frac{I_0}{2}}\cos(\alpha)$. L'intensité de l'onde après l'analyseur va comme le carré du module de E_A et vaut donc

$$I(\alpha) = \frac{I_0}{2}\cos^2(\alpha) \tag{6}$$

Remarque : Si le polariseur et l'analyseur sont croisés l'intensité est nulle à la sortie de l'analyseur.

II La biréfringence

1 verre et cristal



Le verre : Un verre a une structure désordonnée. On peut le comparer à un liquide figé. On parle de structure *amorphe*. Du fait de ce désordre il n'existe pas dans un verre de direction privilégiée et ses propriétés sont les mêmes dans toutes les directions. On dit qu'il est *isotrope*.

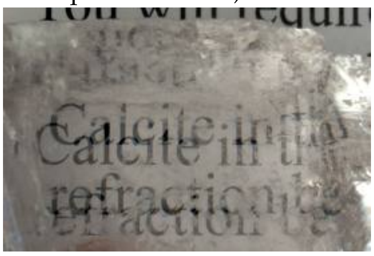
Le cristal : Au contraire un cristal a une structure ordonnée géométrique. Cet empilement régulier fait apparaître des directions privilégiées qui vont lui conférer des propriétés optiques différentes selon l'inclinaison et la polarisation de la lumiére. On parle de matériaux *anisotrope*. En particulier un matériaux biréfringent est caractérisé par deux indices de réfraction correspondant à deux directions de polarisation.

2 matériaux uniaxes

Ces matériaux biréfringents sont caractérisé par deux indices de réfraction n_O et n_E et par un axe préférentiel appelé *axe principal du cristal*.
n_O et n_E sont les indices respectivement *ordinaire* et *extraordinaire*.

- Si $n_E - n_O < 0$ le cristal est dit *négatif* c'est le cas du cristal de spath.
- Si $n_E - n_O > 0$ le cristal est dit *positif* c'est le cas du quartz.

Dans la pratique un rayon incident faisant un angle i par rapport à la normale au dioptre donne naissance à deux vibrations décalées dans l'espace et polarisées de façon perpendiculaire. (il y a donc deux images crées à travers le dioptre de cristal).



La vibration dont le champ $\vec{E}$ est parallèle à l'axe principale du cristal est appelée *vibration extraordinaire*. La vibration dont le champ $\vec{E}$ est perpendiculaire à l'axe du cristal est appelée *vibration ordinaire*.
La vibration ordinaire suit toujours la loi de la réfraction $n \sin i = n_O \sin i_O$.
La vibration extraordinaire suit une loi un peu différente et on déterminera l'angle i_E géométriquement avec la méthode Huygens.
On distinguera essentiellement deux cas :

- quand l'axe du cristal appartient au plan d'incidence.
- quand l'axe du cristal est perpendiculaire au plan d'incidence

3 Construction de Huygens

On considére un dioptre plan n_1/n_2, aux propriétés ordianires vérifiant la loi de la réfraction $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. (voir figure 13)

1) A partir du point d'incidence I On trace deux cercles C_1 et C_2 de rayon respectifs $R_1 = \frac{k}{n_1}$ et $R_2 = \frac{k}{n_2}$ où k est un facteur d'échelle.
2) Le rayon incident coupe C_1 en P_1
3) On trace la tangente (perpendiculaire au rayon) à C_1 passant par P_1.
4) Cette tangente coupe la surface du dioptre en un point J.
5) On trace la tangente à C_2 issue de J. Le point de tangence est P_2.
6) la droite IP_2 est la direction du rayon réfracté.

En réalité à trois dimensions il s'agit de sphères dont on ne voit que la coupe (un cercle) dans le plan d'incidence.

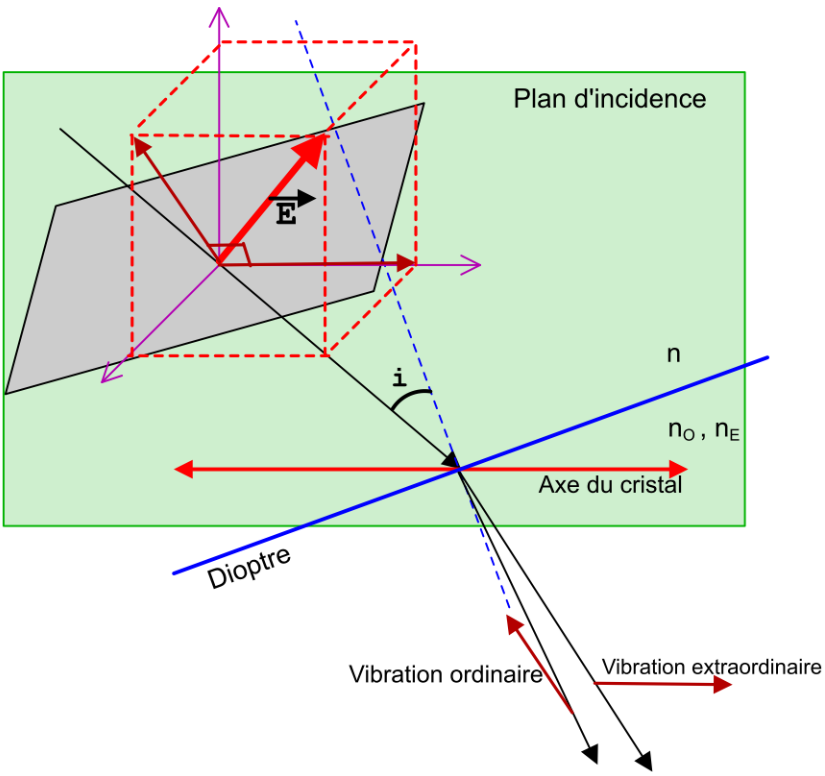


FIGURE 12 – Cas où l'axe du cristal appartient au plan d'incidence. Dans tous les cas le champ électrique incident est décomposable en deux composantes : une parallèle à l'axe et une perpendiculaire à l'axe du cristal

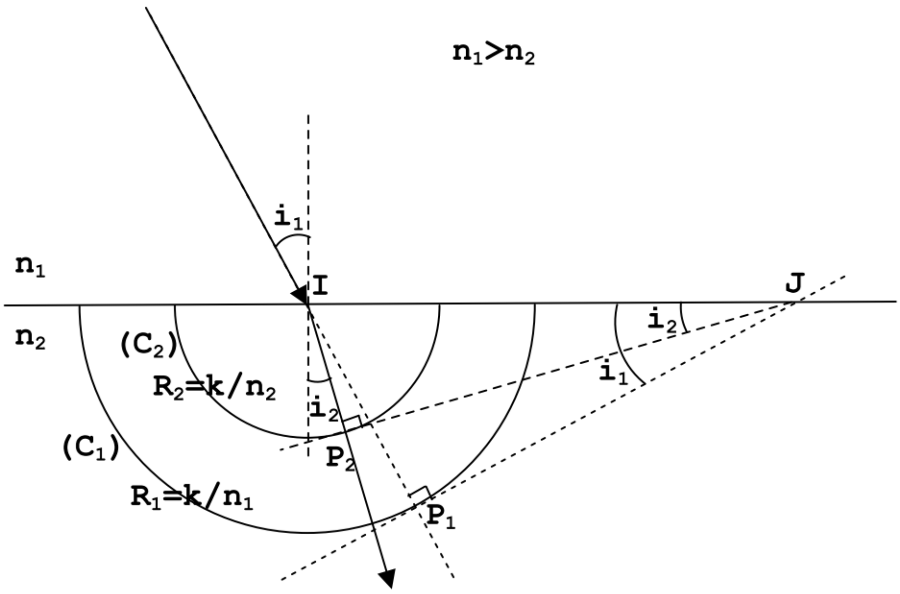
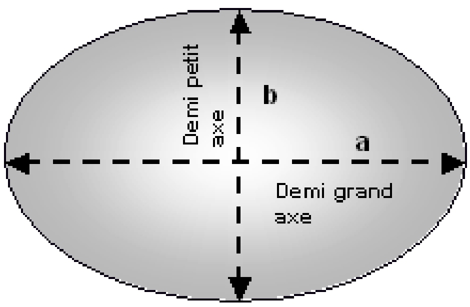


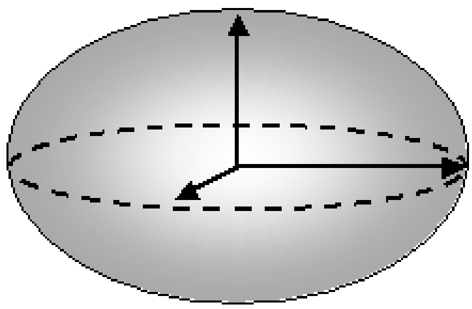
FIGURE 13 – Construction de Huygens

4 Construction de Huygens pour un matériaux biréfringent

Rayon ordinaire La direction du rayon ordinaire s'obtient exactement comme la méthode expliquée ci dessus (3). On trace un cercle de C_O (correspondant à une sphére) de rayon $R_O = \frac{k}{n_O}$.

Rayon extraordinaire : Pour le rayon extraordinaire il ne s'agit plus d'une sphére mais d'une ellipsoïde caractérisée par deux axes dont l'un est obligatoirement l'axe du cristal et de demi-longueur $\frac{k}{n_O}$. L'autre axe (perpendiculaire) de l'ellipse a pour demi-longueur $\frac{k}{n_E}$.





4.1 Axe du cristal dans le plan d'incidence :

Dans ce cas l'intersection de l'ellipsoïde par le plan d'incidence donne un ellipse.

Deux cas peuvent apparaître selon que le cristal est négatif ($n_E < n_0$) ou positif ($n_E > n_O$)

Cristal négatif : L'axe du cristal est le petit axe de l'ellipse de demi longueur $\frac{k}{n_O}$ mais comme $n_E < n_O$ alors $\dfrac{k}{n_E} > \dfrac{k}{n_O}$.

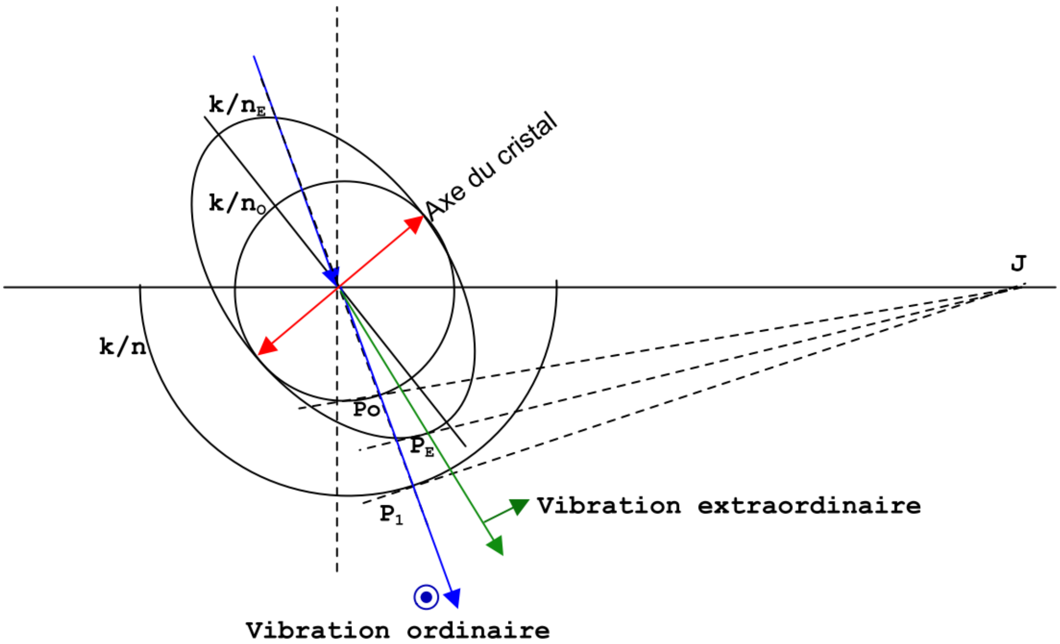


FIGURE 14 – Cristal négatif, avec l'axe du cristal dans la plan d'incidence

Cristal positif : L'axe du cristal est le grand axe de l'ellipse mais toujours de demi longueur $\frac{k}{n_O}$ mais comme $n_E > n_O$ alors $\dfrac{k}{n_E} < \dfrac{k}{n_O}$. L'axe perpendiculaire est donc le petit axe de l'ellipse.

Incidence normale Il est à noté que même dans le cas où l'incidence est normale il y a tout de même deux rayons réfractés. Si on place un cristal uniaxe sur une feuille de papier comportant une image, (l'incidence est nulle). On observe deux image décalées : l'une due à la vibration ordinaire, l'autre à la vibration extraordinaire. En faisant tourner le cristal. L'image de la vibration ordinaire reste fixe, alors que celle de la vibration extraordinaire tourne en même temps que le cristal. En effet la direction de l'axe du cristal tourne et de ce fait l'ellipse de Huygens et donc le point P_E.

4.2 Axe du cristal perpendiculaire au plan d'incidence

Dans ce cas la coupe de l'ellipsoïde par le plan d'incidence est un cercle de rayon k/n_E.

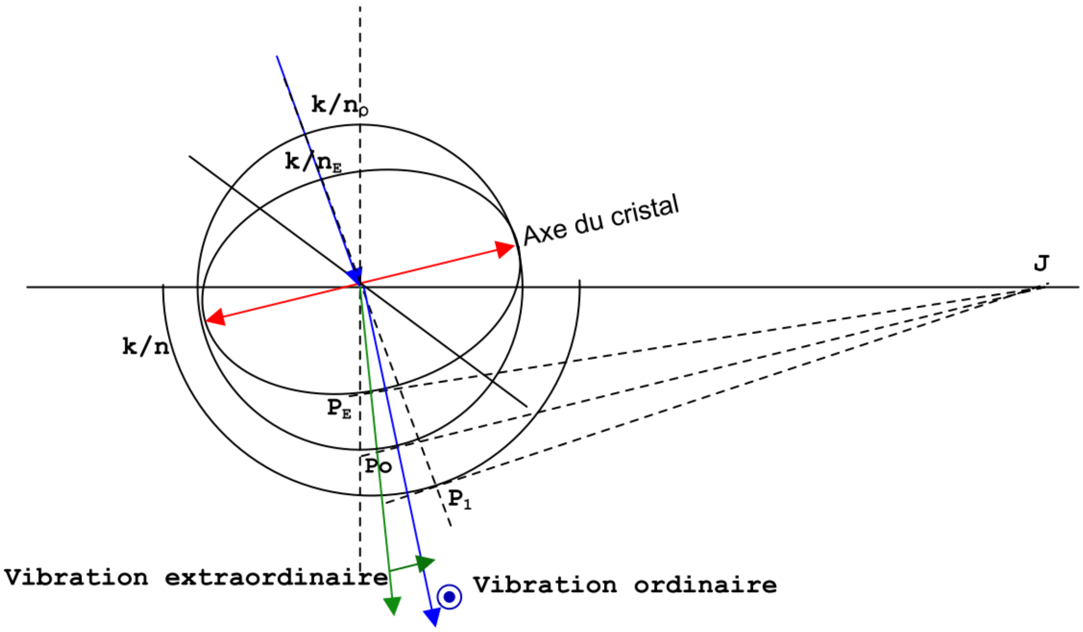


FIGURE 15 – Cristal positif, avec l'axe du cristal dans la plan d'incidence

cristal négatif : $n_E < n_O$Le cercle correspondant à la vibration extraordianire est plus grand que celui de la vibration ordinaire.

cristal positif $n_E > n_O$. Le cercle correspondant à la vibration extraordianire est plus petit que celui de la vibration ordinaire.

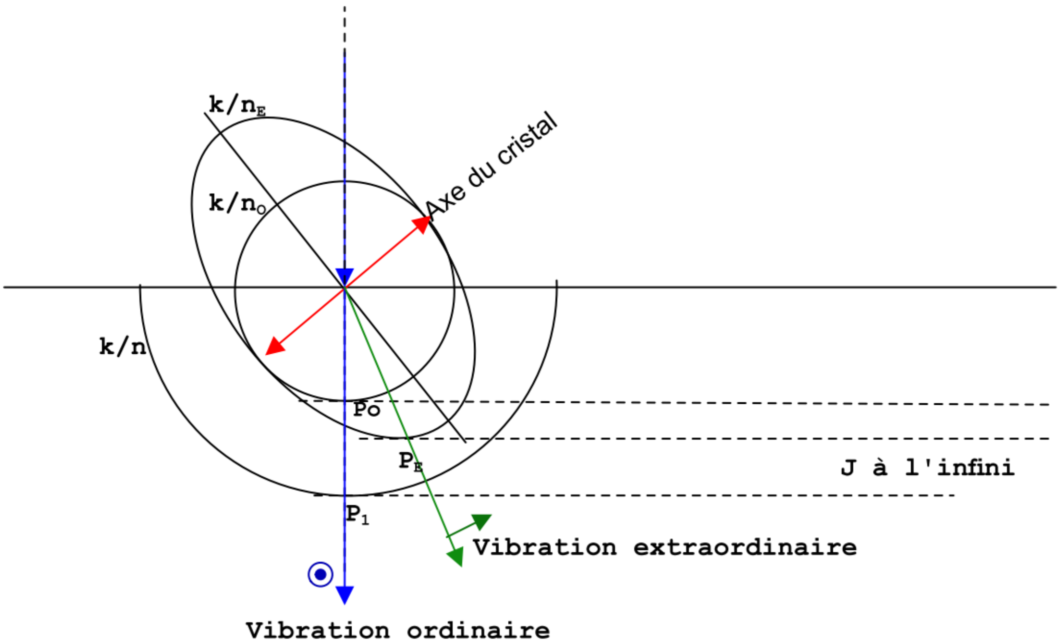


FIGURE 16 – Incidence nulle

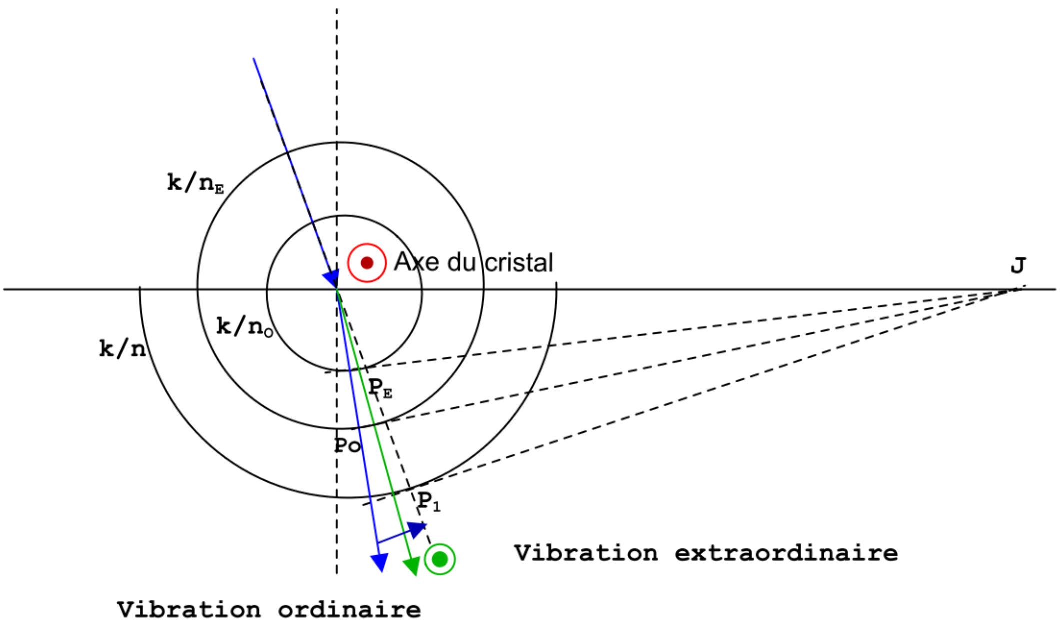


FIGURE 17 – Cristal négatif, avec l'axe du cristal perpendiculaire au plan d'incidence

5 Lames à face parallèles biréfringentes

On utilise ces lames pour modifier la polarisation d'un onde incidente. Ce sont des lames de cristal uniaxe, l'axe du cristal est parallèle aux faces de la

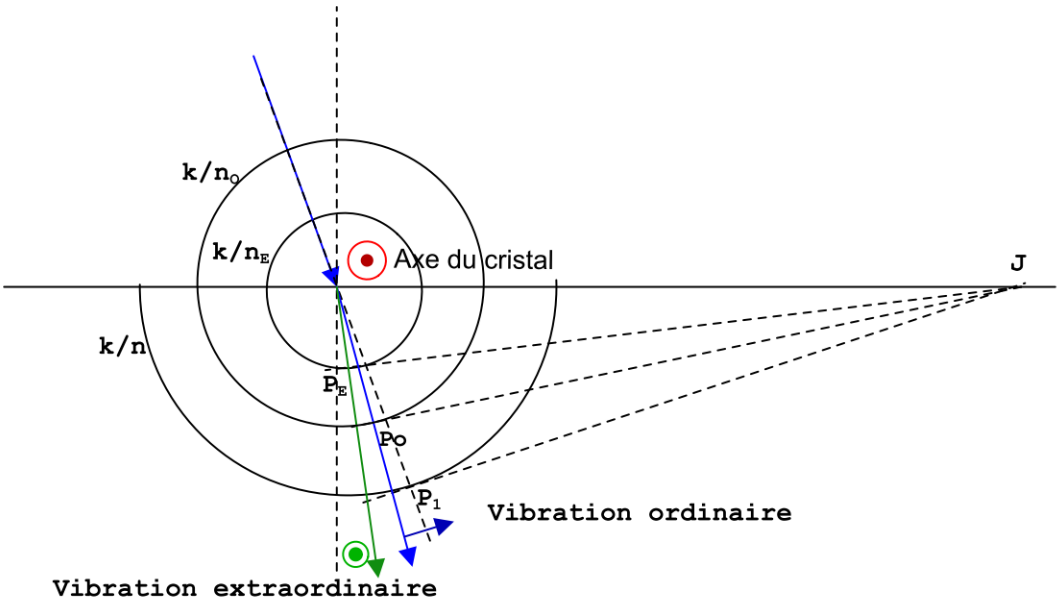


FIGURE 18 – Cristal positif, avec l'axe du cristal perpendiculaire au plan d'incidence

lame.
On considère une onde electromagnetique dont les composantes $\vec{E_E}$ et $\vec{E_O}$ correspondent au directions respectivement parallèle à l'axe et perpendiculaire à l'axe. L'incidence est nulle $i = 0$. L'onde conserve dans ce cas sa polarisation c'est pourquoi la ligne parrallèle à l'axe et perpendiculaire à l'axe sont appelèe *lignes neutres*.
Cependant les indices étant différents pour les deux composantes elles ne se déplacent pas à la même vitesse dans la lame d'épaisseur e. Il s'ensuit un déphasage une différence de marche entre les deux composantes.
A la sortie de la lame on peut écrire l'onde électromagnétique sous la forme.
$\vec{E} = \begin{vmatrix} E_E \cos\left(\omega t - 2\pi \dfrac{N_E \cdot e}{\lambda}\right) \\ E_O \cos\left(\omega t - 2\pi \dfrac{N_O \cdot e}{\lambda}\right) \end{vmatrix}$ Il s'en suit un déphasage entre les deux ondes :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_E - N_O)e \tag{7}$$

Ou une différence de marche

$$\delta = (n_E - n_O)e. = \Delta n \cdot e \tag{8}$$

5.1 Lame demi-onde

Par définition une lame demi-onde est telle que
$\delta = \Delta n \cdot e = \dfrac{\lambda}{2} + k\lambda$

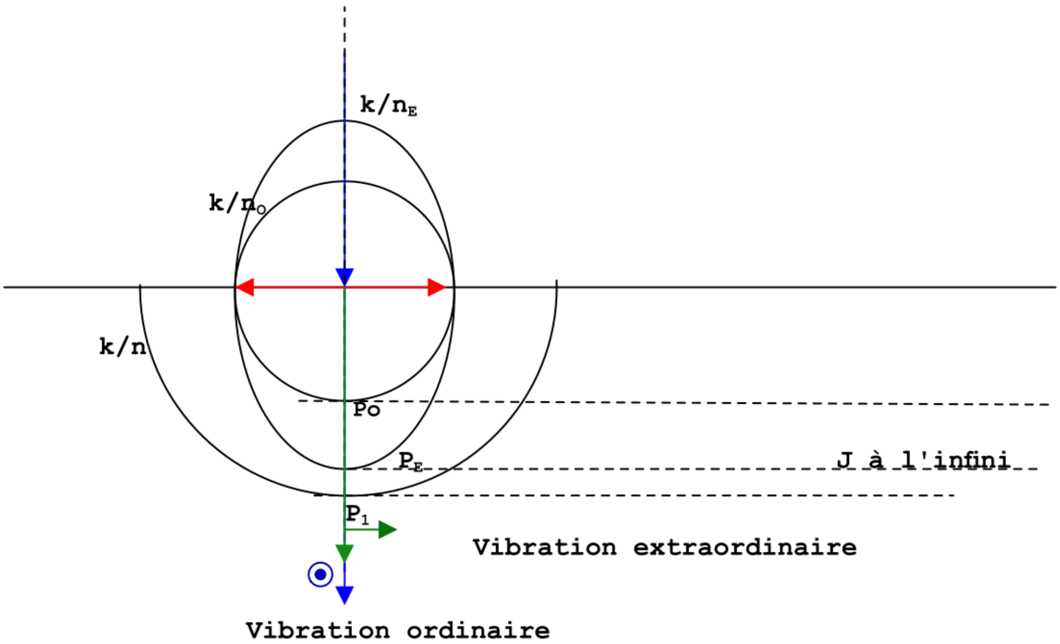


FIGURE 19 – Condition d'utilisation d'une lame biréfringente

$\Phi = \pi + k \cdot 2\pi$
Dans ce cas si l'onde incidente est polarisée rectilignement, le faisceau émergent est lui aussi polarisé rectilignement mais sa direction de polarisation est devenue symétrique par rapport aux lignes neutres de la direction de polarisation de la vibration incidente.

5.2 lame quart d'onde

Cette fois la différence de marche est :
$\delta = \Delta n \cdot e = \frac{\lambda}{4} + k\lambda$
$\Phi = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$
Quand $\vec{E_E}$ est maximum $\vec{E_O}$ est nulle et vise et versa. On obtient alors une polarisation elliptique ou circulaire si $E_E = E_O$.

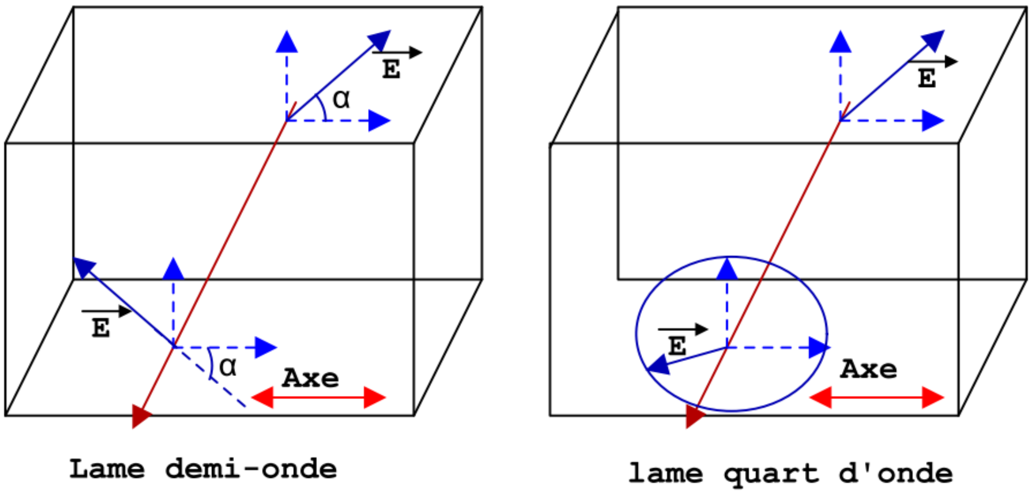


FIGURE 20 – Polarisation via une lame demi-onde et une lame quart d'onde